A. gr. b. 1421

Euclides

<36614231830011

<36614231830011

Bayer. Staatsbibliothek

A.gr. 5

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στοιχειῶν. ιε. Ὀπτικῶν.

Κατοπτρικῶν. Ἁρμονικῶν.

Καὶ

Φαινομένων.

EVCLIDIS

Propositiones.

Elementorum.15. Opticorum.

Catoptricorum. Harmonicorum.

Et

Apparentiarum.

Per Cunradum Dasypodium.

ARGENTORATI

Apud hæredes Christiani Mylij.

Anno M. D. LXX.

189

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Ad Reuerendiſs: & Illuſtriſs: Principem, Dominum D. Salancenum Archiepiſcopũ Colonienſem electum: Sacri Romani Imperij per Italiam Archicancellarium: atq; Electorem, &c̃.

Cunradi Daſypodij Præfatio.

ETSI MAGNAM VEtuſtatis, *Reuerendiſs: Princeps, vim eſſe videamus: eamq; longinqua obſeruatione incredibilem in rebus ſcientiam attuliſſe: hoc tamen fateri nos, neceſſe eſt: multis in rebus antiquitatem, ſatisfacere nobis non poſſe: quam vel vſu iam, vel doctrina, vel ipſamet vetuſtate immutatam*

videmus: neque omnia antiquitati concedenda: sed quædam in ipsa serio esse emendanda. hoc ipsum enim his nostris experimur temporibus: vsu, rerumq; experientia, diuturnitateq; temporis: quædam prognata atque procreata, imò trita & vulgata esse facta: quæ antiquis incognita fuisse videntur: deinde plurima doctrinæ sunt adiumenta: quibus quæ obscura, reconditaq; fuerunt: eruta sunt, & in lucem prolata: taceo quòd multa vsu confirmata sint: vt nefas esse videatur, ea nunc immutare. Id in rebus sacris, in politicis, naturalibus, omnibusq; alijs apparet: ita vt operæ prætium non sit, omnia recensere: sed tantum quædam, quæ ad mathematicas pertinent scientias, proferam. An non antiqui ita excelluerunt in hoc scientiarum ge-

rum genere: vt nullus esse posset Rex Persarum, qui non ante mathematicorum percepisset scientias? Nonne veteres Chaldæi, aliæq; gentes orientales volebant in omnibus harum disciplinarum præceptis suos (quorũ summa erat authoritas) sacerdotes imbui? Quid de Græcis dicam? apud quos nefas quodammodo erat: absque Mathematicorũ præceptis, ad Philosophiæ accedere auscultationẽ? Romani quoq; ipsi, an nõ veros illos mathematicos (non fucatos & impostores maleficosq;) summo habuerunt loco? cùm propter dignitatem scientiarum mathematicarum: tum etiam excellentiam ingeniorum, quæ in eiusmodi apparebant hominibus: ipsa denique inuenta quàmplurima & vtilissima, summeq; ad vitæ vsum necessa-

ria. Atque eò res reducta fuit: vt dignitate atque ſplendore, acumine ingenij, induſtria ipſa, copia etiam rerum inuentarum: videantur lõgè ſuperaſſe noſtros homines: nec quicquam reliquiſſe nobis, quod non perſcrutando ipſi prius inuenerint. Sed ſi rem diligentius conſideremus, Illuſtriſsime Princeps, & his noſtris temporibus permulta ſunt, quæ antiquis fuerunt abſtruſa & recondita: imò hoc auſim dicere, hodierno die in lucem eſſe multa prolata: quæ antiquitas ipſa nunquam vidit aut intellexit: aut quicquam de ijs vnquam cogitarit: vel etiam crediderit fieri poſſe, vt ad vſum vitæ humanæ accomodarentur. Sicuti ex multis pauca obiter attingam. Hæc quæ hodie vſitata eſt: bellicorum inſtrumentorum fabrica: horologiorum noſtro-

noſtrorum multiplex & varius vſus: aſtronomicorum inſtrumentorum, atq; αὐτομάτων excogitatio: mirifica etiam Hydraulicorum & pneumaticorum noſtri temporis ſubtilis, acuta, & conueniens inuentio: nauigationes denique ipſæ noſtrorum hominum, geographicæq; deſcriptiones, & alia huius generis multa. de quibus etſi forſitan apud antiquos non pauca extiterint ſimilia: tamen neutiquam vel in tanto vſu fuiſſe, aut hoc modo cognita extitiſſe, veriſimile videtur. Quòd verò Ariſtoteles quodam in loco, periodum faciat ſcientiarum & artium, vt nunc quaſi oriantur, et antea nunquã fuiſſe aut extitiſſe exiſtimẽtur: nunc iniquitate temporũ & barbarie quadam obſcurentur: denique iterum in lucem producantur: tamẽ

in omnibus ſcientijs, omnia omnibus ſeculis & cognita, & percepta, atque tradita fuiſſe: nũquam crediderim. Semper enim inuentis addere facillimum fuit: perpetuò res inuentas expoliri, vel immutari, vel hoc, vel alio modo corrigi, & commodiores fieri experimur. Vt in mathematicis. Arithmetica & Logiſtica ita ab antiquis ſunt tradita: vt tum temporis videretur nihil illis adjci poſſe. Geometria adeo fuit excellens & præclara: vt ad ſummum dignitatis gradum peruenerit: Muſici in Græcia plurimùm floruerunt: Aſtronomi etiam quænam non excogitarunt: ad motus cœleſtes corporumq; cœleſtium configurationes inueſtigandas? Iam ſi quæ noſtri ſeculi, cum illis conferantur: hoc inueniet aliquis, nos quidem plurima ig-

ma ignorare, quæ ipſis fuerunt cognita: ſed multa alia eſſe excellentia his temporibus inuenta: illisq; adiecta: quædam ſimpliciora, quædam perfectiora: quædam eiuſmodi, vt minimè quiſquam conijcere poſſit, antiquitatem hæc nouiſſe vnquam. In quibus cum ſæpenumero verſor cogitationibus; Illuſtriſſime Princeps: dubito interdum, vtrum ipſam quoad fieri poſſet, antiquitatem reuocare debeamus: eamq; quæ quaſi ad Deum proximè accedit, reuerenter admirari: an verò noſtrorum quàm antiquorum hominum inuenta maioris facere: atque de illis multùm gloriari: an denique quæ antiqua ſunt cum noſtris coniungere modo bono, certaq; ratione. ita vt quæ recentia ſunt: cum antiquis conferantur: & diſcrimen illorum in-

quiratur: nouis rebus propria & conue-
nientia nomina imponantur: imò om-
nium cùm antiquorum, tum recentium
absoluta, quoad fieri potest, doctrina in-
stituatur. sic fieret, vt antiquitati suum
tribueremus honorem, atque eius digni-
tatem auitam defenderemus: imò in suis
eam cospiceremus lineamentis obsoletis
quidem temporis prolixitate: nostra ve-
rò si cum illis conferrentur & ipsa expo
lita atq; nitida, nouitatemq; redolentia
apparerent. denique ex hac collatione,
dijudicare possemus, quæ quibus præ-
stantiora essent: & quæ veritati natu-
ræq; proximiora. Hæ meæ erant ali-
quando his de rebus cogitationes, &
hoc meum qualecunque illud sit iudi-
cium: atq; de systemate scientiarum ma-
thematicarum cogitare cœpi: in quo an-
tiqui-

tiquitatis illa de quibus dixi lineamẽta: nostri temporis inuenta: omniũ & singularum rerum propria cum antiqua, tum recẽtia vocabula: omnes eruditi videre possent: & quæ differẽtia, quodq; discrimen in singulis obseruare: eorumq; omnium absolutam & perfectam doctrinam antè oculos propositam habere. Ad quam rem arduam perq; difficilem suscipiendam & perficiendam: magnorum & principum virorum autoritate, opera, & auxilio opus habeo: qui & velint & possint in hoc excellenti me iuuare opere. Itaque compellandos videbam mihi esse quàmplurimos: qui si intellexerint meos conatus: quo animo sunt excellenti erga literas studiaq; artium & disciplinarum non prætermittent: quin quæ talium tantorumque

viro-

virorum sunt, & esse debent studia: multum me sint adiuturi. Cùm ergo inter cæteros Principes atq; magnates, Illustriss: Princeps, omnes de tua quoque virtute, integritate, & humanitate: imo de animo tuo in rebus excelsis & suscipiendis, & defendendis maximè commemorarent: atque cùm omnium, tum præcipuè horum studiorum patronum summum te esse prædicarent: hoc libello A. T. compellare volui: atque obnixe orare, vt in hoc negotio meo arduo & suscipiendo & absoluendo, mihi autoritate, consilijs, & auxilijs adesse velit: quò omnis posteritas videat atq; intelligat in hac vestra amplissima nobilissimaq; familia fuisse: qui non bellicis tantum virtutibus laudem & gloriam sibi comparârint: sed & ijs, quas maximas clarissimasq;

simasq; in Regibus & Principibus esse legimus, atque videmus. Si itaq; Illustriss: Princeps id feceris, quod excellens tua natura, tuus animus excelsus: tuamet voluntas propagandi ad omnem posteritatem studia disciplinarum iubet: non diffido, quin A. T. summa atque grauissima sua authoritate me sit adiutura. Erit id quidem magnum in me, vel vt verius dicam, maximum beneficium: sed omnis gloria, omne decus: perpetuum denique, æternumq; nomen ad Amplitudinem redibit tuam. Cal: Iulij, Anno 1570.

Ad

Ad Lectorem.

PRopositiones has Euclidis seorsim curaui imprimi, vt instar alicuius Enchiridij sint: iis præsertim, qui aliquo modo in puluere se exercuerūt geometrico: Data Euclidis, quæ mihi iam ad manus non erant: adiungere non potui: verùm in editione illa omnium Euclidis operum: quam nunc paro: & ipsa tibi Data, et alia lectu digniſsima exhibebo. rogo etiam atq; etiam optime lector, vt mea opera pro hoc tempore tibi placere velit.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΤΑ ΠΕΝΤΕ ΚΑΙ ΔΕΚΑ στοιχεῖα.

ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν: ἥτις ἐξίσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν: ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ἐστὶν: ἥτις ἐξίσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν: ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων: καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων: πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν: εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

Ὅταν ἡ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα: τὰς ἐφε-

ξῆς γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ: ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. Καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

Κύκλος ἐστὶ, σχῆμα ἐπίπεδον: ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον (ἡ καλεῖται περιφέρεια) πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου, τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων: πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι: ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη: καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τὴν τοῦ κύκλου περιφερείας: ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

Ἡμικύκλιον δέ ἐστι, τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Ἐνθύ-

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν.

Τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, Ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνον ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων. Ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνον ἐστὶ, τὸ ἔχον μίαν ὀρθὴν γωνίαν.

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

Ὀξυγώνιον δέ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μὲν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

Ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

Ῥόμβος δέ, ὁ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας, ἴσας ἀλλήλας ἔχον, ὃ οὔτε ὀρθογώνιον, οὔτε ἰσόπλευρον.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι: καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη: ἐπὶ μηδετέρα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

ΑΙΤΗΜΑΤΑ.

Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου: ἐπὶ παν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν: κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι: κύκλον γράφεσθαι.

ΚΟΙΝΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ.

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ: τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ: τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ: τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

Καὶ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ: τὰ λοιπὰ ἐσὶν ἄνισα.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια: ἴσα ἀλλήλοις ἐσί.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση: ἴσα ἀλλήλοις ἐσι.

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα: ἴσα ἀλλήλοις ἐσί.

Καὶ τὸ ὅλον, τοῦ μέρους μεῖζον ἐσί.

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι: ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ: ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὐταὶ εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

Καὶ δύο εὐθεῖαι: χωρίον οὐ περιέχουσιν.

Πρότασις α. πρόβλημα.

ΕΠΙ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης: τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Πρότ: ϛ'. πρόβ:) Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ: τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ: ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Πρότ: γ'. πρόβ:) Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων: ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Πρότ: δ. θεώρ:) Εαν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκάτεραν ἑκατέρα: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχη: καὶ ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει: καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται: καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκάτερα ἑκατέρα, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Πρότ: ε. θεώρ:) Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων: αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν: αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι: ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Πρότ: ϛ. θεώρ:) Εαν τριγώνου, αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι: καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ: ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Πρότ: ζ. θεώρ.) Επὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας: δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις: ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι, ἑκάτερα ἑκατέρα: συνσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ, καὶ ἄλλῳ σημείῳ: ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη: τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Πρότ: η. θεώρ:) Εαν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκάτεραν ἑκατέρα: ἔχη δὲ καὶ τὴν βάσιν, τῇ βά-

σει

σθ ἴσῳ: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Πρότ: θ. πρόβ:) Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Πρότ: ι. πρόβ:) Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Πρό: ια. πρόβ:) Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου: πρὸς ὀρθὰς γωνίας, εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότ: ιβ. πρόβ:) Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς: κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ: ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, ποιήσει.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ: δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι: τὰς ἐφεξῆς γωνίας, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν: ἐπ' εὐθείας ἔσονται, ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Ἐὰν δύο εὐθεῖαι, τέμνωσιν ἀλλήλας: τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας: ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι.

Πρότ: ις'. θεώρ:) Παντὸς τριγώνου, μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης: ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο γωνίαι: δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Παντὸς τριγώνου, ἡ μείζων πλευρὰ: τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Πρότ: ιθ: θεώρ:) Παντὸς τριγώνου, ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν: ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Πρότ: κ'. θεώρ) Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο πλευραὶ: τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Πρότ: κα'. θεώρ:) Ἐαν τριγώνου, ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν: ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν: αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται: μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Πρότ: κβ. πρόβ:) Ἐκ τριῶν εὐθειῶν: αἱ εἰσὶν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις: τρίγωνον συστήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο, τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι: πάντη μεταλαμβανομένας. Διὸ τὸ, καὶ παντὸς τριγώνου, τὰς δύο πλευρὰς: τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Πρότ:

Πρότ: κγ. πρόβ:) Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ: καὶ τὸ πρὸς αὐτῇ σημείῳ: τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ: ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Πρότ: κδ. θεώ:) Εαν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχη: τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν, τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Πρότ· κε. θεώ:) Εαν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχη: καὶ τὴν γωνίαν, τῆς γωνίας μείζονα ἕξει: τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Πρότ: κς. θεώ:) Εαν δύο τρίγωνα, τὰς δύο γωνίας, ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχη ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: καὶ μίαν πλευρὰν, μιᾷ πλευρᾷ ἴσην: ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις: ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μιᾶς τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς, ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει: ἑκατέραν ἑκατέρᾳ: καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν, τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΜΕΡΟΣ ΤΟΥ-ΤΕΣΤΙ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.

Πρότασις κζ. θεώρημα.

ΕΑν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ: παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Πρότ: κη. θεώρ:) Εαὐ εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ὁμοῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς, καὶ ὁμοῦ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ: παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Η εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα: τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ: καὶ τὴν ἐκτὸς, τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον: καὶ ὁμοῦ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην: καὶ τὰς ἐντὸς, καὶ ὁμοῦ τὰ αὐτὰ μέρη, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Πρότ: λ. θεώρ:) Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι: καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Πρότασις λα. πρόβ:) Απὸ τοῦ δοθέντος σημείου: τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ: παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότ:

Πρό: λϚ: θεώρ:) Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης: ἡ ἐκτὸς γωνία, δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστὶ: καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι: δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Πρότ: λγ̄. θεώρ:) Αἱ τὰς ἴσας τὲ, καὶ παραλλήλους, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι: καὶ αὐτὴ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσὶν.

Πρότ: λδ. θεώρ:) Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων, αἱ ἀπεναντίον πλευραίτε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ: καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

ΤΟ ΤΡΙΤΟΝ ΜΕΡΟΣ ΤΟΥΤΟΥ ΤΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ.

Πρότ: λε̄. θεώρ:) Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λς̄. θεώρ:) Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν.

Πρότ: λζ. θεώρ:) Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παράλληλοις: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ:

Πρότ: λη. θεώρ:) Τα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τ̃ ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις: ἴσα ἐστίν.

Πρότ: λθ. θεώρ:) Τὰ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τ̃ς αὐτ̃ς βάσεως ὄντα: καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: μ. θεώ:) Τὰ ἴσα τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα: καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: μα. θεώρ:) Ἐὰν παραλληλόγραμμον, τριγώνῳ βάσιν τὲ ἔχει τὴν αὐτὴν: καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ: διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τ̃ τριγώνου.

Πρότ: μβ. πρόβ:) Τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι: ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Πρότ: μγ. θεώ:) Παντὸς παραλληλογράμμου, τ̃ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων: τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: μδ: πρόβ:) Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν: τῷ δοθέντι τριγώνῳ: ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν: ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Πρότ: με. πρόβ:) Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ:

μῳ: ἴσον παραλληλόγραμμον συςύσασθαι: ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Πρότ: μ̅ς. πρόβ:) Απὸ τῆς δοθείσης εὐθείας: τετράγωνον ἀναγράψαι.

Πρότ: μ̅ζ. θεώ:) Εν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: ἴσον ἐςὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Πρότ: μ̅η. θεώρ:) Εὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον: ἴσον ἦ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις: ἡ περιεχομένη γωνία, ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν: ὀρθή ἐςι.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ δεύτερον.

ΟΡΟΙ.

ΠΑν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλόγραμ

μων

μον ὁποιονῶν, σὺν τοῖς ὅλοις παραπληρώμασι γνώμων καλείσθω.

Πρόταση ᾱ. θεώρημα.

ΕΑν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα: τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν: ἴσον ἐστὶ τῇ ὑπό τε τῆς ἀτμήτου, καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Πρότ: β. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια: ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Πρότ: γ. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇς ὡς ἔτυχε: τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Πρότ: δ. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις: καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Πρότ:

Πρότ: ε. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλοις τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Πρότ: ϛ. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ὑπὸ τ' ὅλης, σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἐκ τῆς ἡμισείας: καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ

Πρότ: ζ. θεώρ:) Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε: τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα: ἴσον ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ: καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Πρότ: η. θεώρ: Εαὐ εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος

τετρα-

τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τῷ ἡμιμορίου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα: τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι, τοῦτε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Πρότ: ι. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προσκεῖσθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας: τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφότερα τετράγωνα: διπλάσιά ἐστι τοῦτε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς ἡμισείας, καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Πρότ: ια. προβ:) Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον: μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιε-

χουσῶν

χουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν, ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς κάθετου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Εν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς κάθετου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Πρότ: ιδ. πρόβ:) Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ: ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Ισοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν.

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥ τις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη: οὔ τέμνη τὸν κύκλον.

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται: οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται: ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι. μεῖζον δ' ἀπέχειν λέγεται ἐφ' ᾗ ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε τῆς εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Τμήματος δὲ γωνία ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστίν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι: ἡ περιεχομένη γωνία, ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν. ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνουσί τινα περιφέρειαν ἐφ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου, συσταθῇ ἡ γωνία: τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης

νης ἀπ' αὐτῶν περιφερείας.

Ομοια τμήματα κύκλων ἐστὶν, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Πρότασις α. πρόβλημα.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Πρότ: β. θεώρ.) Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθειά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῇ τεμεῖ: καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι: οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Πρότ: ε. θεώρ.) Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Πρότασις ς. θεώρ:) Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς: οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Πρότ: ζ. Θεώρ:) Ἐὰν κύκλου ἀπὸ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μὴ ἐστὶ κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Πρότ: η. Θεώρ) Ἐὰν κύκλου λαβῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν: μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δ' ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου, καὶ τῆς διαμέτρου: τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερον ἐστὶν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Πρότ:

Πρότ: θ. Θεώρ:) Εαὶ κύκλυ ληφθῆ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείυ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείυς ἢ δύο ἴθεῖαι ἴσαι: τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλυ.

Πρότ: ι. Θεώρ:) Κύκλος ἐ τέμνει κύκλον, κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Πρότ: ια. Θεώρ:) Εαὶ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῆ αὐτῶν τὰ κέντρα: ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη ἴθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη: ἐπὶ πλεῖον σημαφεῖ πεσεῖται τῶν κύκλων.

Πρότ; ιβ. Θεώρ:) Εαὶ δύο κύκλοι ἅπτονται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Πρότ; ιγ. Θεώρ:) Κύκλος κύκλυ οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ κατ' ἓν, ἐάντε ἐντὸς, ἐάντε ἐκτὸς ἐφάπηται.

Πρότ: ιδ. Θεώρ:) Εν κύκλῳ αἱ ἴσαι ἴθεῖαι, ἴσον ἀπέχυσιν ἀπὸ τοῦ κέντρυ, καὶ αἱ ἴσον ἀπέχυσαι ἀπὸ τοῦ κέντρυ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

Πρότ: ιε. Θεώρ:) Εν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἐγγίον τοῦ κέντρυ, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Πρότ: ις. Θεώρ:) Η τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύ-

κλε πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου: καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἀπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν: ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.

Πρότ: ιζ. πρόβ:) Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ: κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ: ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Πρότ: κ. θεώρ:) Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Πρότ: κα. θεώρ:) Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι: ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Πρότ: κβ: θεώρ:) Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τε-

τρα-

τραπλεύρων, αἱ ἀπ' ἐναντίων γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Επὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα: οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Πρότ κδ. θεώρ:) Τὰ ἐπ' ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: κε. πρόβ:) Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσανάγραψαι τὸν κύκλον, οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Πρότ: κς. θεώρ:) Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι, ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἔαντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Πρότ: κη. θεώρ:) Εν τοῖς ἴσος κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθείαι, ἴσας περιφερείας ἀφεροῦσι, τὴν μὲν μείζονα τῇ μείζονι, τὴν δ' ἐλάττονα τῇ ἐλάττονι.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις, ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθείαι ὑποτείνουσιν.

Πρότ: λ. πρόβ:) Τῷ δοθείσῃ περιφέρειαν, δίχα τεμεῖν.

Πρότ: λα. θεώρ:) Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθὴ ἐστὶν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς, καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα, τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσας ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Πρότ: λγ. πρόβ:) Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας, γράψαι τμῆμα κύκλου, δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Πρότ: λδ. πρόβ:) Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Πρότ: λε. θεώρ.) Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον

ἐστὶ

ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Πρότ. λς. θεώρ.) Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δ' ἐφάπτηται· ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου, καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Πρότ. λζ. θεώρ.) Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ἡ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης· ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Τέλος τοῦ γ. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
Τετάρτον.

ΟΡΟΙ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται. ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Σχῆμα εἰς εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία, τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

Σχῆμα δ' εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ, τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

Κύκλος δ' ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται ὅ-

ταν

ἴσαν τὰ πέρατα αὐτῆς ἀπὸ τῆς περιφερείας ἢ τοῦ κύκλου.

Πρότασις ᾱ. πρόβλημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ, δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς δ̄ κύκλου διαμέτρου: ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Πρότ: β̄. πρόβ:) Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Πρότ: γ̄. πρόβ:) Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Πρότ: δ̄. πρόβ:) Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Πρότ: ε̄. πρόβ:) Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Πρότ: ϛ̄. πρόβ:) Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Πρότ: ζ̄. πρόβ:) Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Πρότ: η̄. πρόβ:) Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Πρότ: θ̄. πρόβ:) Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον,

νον: κύκλον περιγράψαι.

Πρότ: ι. πρόβ:) Ισοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκάτεραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Πρότ: ια. πρόβ:) Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: πενταγωνον ἰσοπλεύρον τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Πρότ: ιβ. πρόβ:) Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον: πενταγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

πρότ: ιγ. πρόβ:) Εἰς τὸ δοθὲν πενταγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον: κύκλον ἐγγράψαι.

πρότ: ιδ. πρόβ:) Περὶ τὸ δοθὲν πενταγωνον, ὃ ἐστὶν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον: κύκλον περιγράψαι.

πρότ: ιε. πρόβ.) Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

πρότ: ς: πρόβ:) Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον: πενταπεντηκονταδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Τέλος τοῦ δ. Εὐκλείδου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους: τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος: ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μείζον τοῦ ἐλάσσονος: ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν, ἡ κατὰ πηλικότητα ποιὰ σχέσις.

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα, ἀλλήλων ὑπερέχειν.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα καταλλήλως.

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ

μὲν

μὴ τῷ πρώτῳ πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τῷ δευτέρῳ πολλαπλασίῳ, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τῷ τετάρτῳ πολλαπλασίῳ: τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

Ἀνάλογία δ' ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

Ἀναλογία δ' ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται: ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλείονι, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δ' ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον: καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου,

μένου, ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Διαίρεσις δὲ λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ ἑπόμενον.

Αναστροφὴ λόγου ἐστὶ. λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν ἣ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

Διίσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανμένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ἦ ὡς ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, ἢ ἄλλως λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν ὅταν ἦ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ἢ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλότι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλότι.

Τεταραγμένη δ' ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος: γίνεται, ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθε-

γέθεσιν, ἡγεμὼν πρὸς ἑπόμενον: ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγεμὼν πρὸς ἑπόμενον: ὡς δ' ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἀλλότι* ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγεμὼν πρὸς ἄλλο.

*Aliter, ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἀλλότι πρὸς ἡγεμόνα.

Πρότασις ᾱ. θεώρημα.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁπόσων ὧν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον: ὁσαπλάσιον ἐστὶν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός: τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

πρότασις β̄. θεώρ.) Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

πρότ: γ̄. θεώρ:) Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου: ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δίσα τῶν ληφθέντων, ἑκάτερον ἑκα-

ρον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Πρότ. δ. θεώρ.) Εαὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα καταλλήλα.

Πρότ. ε. θεώρ.) Εαὶ μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὃ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος· καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Πρότ. ς. θεώρ.) Εαὶ δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια· καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Πρότ. ζ. θεώρ.) Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· καὶ τὸ αὐτὸ, πρὸς τὰ ἴσα.

Πρό. η. θεώρ.) Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα

λόγον ἔχει ἥ ὡς πρὸς τὸ μεῖζον.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον: κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: ι. θεώρ:) Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον: ἐκεῖνο μεῖζον ἐστὶ, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττον ἐστίν.

Πρότ: ια. θεώρ:) Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ: καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Εαὶ ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων: οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Πρό: ιγ. θεώρ:) Εαὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον, μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Εαὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ἦ, καὶ

τὸ δεύ-

τὸ δεύτερον τῶ τετάρτω μεῖζον ἔσται. καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον.

Πρό: ιε. θεῶρ.) Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα καταλλήλα.

Πρότ: ις. θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ: καὶ ἐναλλὰξ, ἀνάλογον ἔσται.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ: καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται:

Πρότ: ιη. θεώρ:) Ἐὰν διηρημένα μεγέθη, ἀνάλογον ᾖ: καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Ἐὰν ᾖ, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, ἄτως ἀφαιρεθὲν, πρὸς ἀφαιρεθέν: καὶ τὸ λοιπὸν, πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Πρότ: κ. θεώρημα:) Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῶ αὐτῶ λόγω, διίσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου, μεῖζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον.

Πρότ: κα. θεώρ.) Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῶ αὐτῶ λόγω, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, διίσου δὲ τὸ πρῶ-

τον τῶ τρίτω μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον, τῶ ἕκτου, μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Πρότ: κϐ. θεώρ:) Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: καὶ διίσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία: καὶ διίσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Πρότ: κδ. θεώρ:) Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον: καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: καὶ συγκείμενον πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Πρότ: κε. θεώρ.) Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν, μείζονά ἐστι.

Τέλος τοῦ πέμπτου

στοιχείου.

ΕΥ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ἙΚΤΟ῾Ν.

ΟΡΟΙ.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει καθ' μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

Ἀνίσα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων, ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον, εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ, ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες, ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

Πρότασις ᾱ. Θεώρημα.

Τὰ τρίγωνα, καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα: πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: β. θεώρ:) Εαὶ τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος: ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. Καὶ ἐαὶ αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν: ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν, παράλληλος.

Πρότ: γ. πρόβ.) Εαὶ τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα, τέμνει καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ταῖς λοιπαῖς, τοῦ τριγώνου πλευραῖς. Καὶ ἐαὶ τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα: δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Πρότ: δ. θεώρ:) Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων: ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραὶ, αἱ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι, αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Πρότ: ε. πρόβ:) Εαὶ δύο τρίγωνα, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς, αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Πρότ:

Πρότ: ε. πρόβ:) Εαὶ δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, πρὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Πρότ: ζ. θεώρ:) Εαὶ δύο τρίγωνα, μίαν γωνίαν, μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, πρὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα, ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, πρὶ ἃς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραί

Πρότ: η. θεώρ:) Εαὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας, ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ: τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα, ὅμοιά ἐστιν τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Πρότ: θ. πρόβ:) Τῆς δοθείσης εὐθείας: τὸ πρόσαχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Πρότ: ι. πρόβ: Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον: τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ: ὁμοίως τεμεῖν.

Πρότ: ια. πρόβ:) Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον πρόσευρεῖν.

Πρότ: ιβ: πρόβ:) Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότ: ιγ. πρόβ:) Τριῶν δοθεισῶν ευθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσεύρειν.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Τῶν ἴσων τε, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην, ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς τὰς ἴσας γωνίας. Και ὧν παραλληλογράμμων, μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. Καὶ ὧν τριγώνων μίαν μιᾷ, ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότ: ις. θεώρ:) Εὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ; τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ:

Πόρ: ιζ. θεώρ:) Εαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἀπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. Καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ, τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ; αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: ιη. πρόϐ:) Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα, ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ, τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότ: κ. θεώρ:) Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις: καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότ: κα. θεώρ:) Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Πρότ: κϐ. θεώρ:) Εαν τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. Κὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμ

μα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ διάμετροι ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ. κγ. θεώρ.) Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Πρότ. κδ. θεώρ.) Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι, τό τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Πρότ. κε. πρόβ.) Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Πρότ. κς. θεώρ.) Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου, παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ, ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχων αὐτῷ· περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Πρότ. κζ. θεώρ.) Παντῶν τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων, παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις, ὁμοίοις τε, καὶ ὁμοίως κειμένοις, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν, τῷ ἐλλείμματι.

Πρότ. κη. πρόβ.) Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν,

θεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι, τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Πρότ: κθ. προβ:) Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Πρότ: λ. πρόβ:) Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον, καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Πρότ: λα. θεώρ:) Ἐν τῇς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς, τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τ, τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένοις.

Πρότ: λδ. θεώρ:) Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς, ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς τε, τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς, καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, εἰς εὐθείας ἔσονται.

Πρότ: λγ̄. θεώρ:) Εν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι, ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις, ὧσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅπτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Τέλος τῶ ἑκτοῦ στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ Ε΄ΒΔΟΜΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

Αριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Αρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

Περιττὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ ὁ μονάδι

μονάδι διαφέρων ἀρτίῳ ἀριθμῷ.

Ἀρτάκις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμὸς ἐστὶν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος, κατ' ἄρτιον ἀριθμόν.

Ἀρτάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος, κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Περισσάκις ἢ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος, κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους, ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα· ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται.

Πλευ-

νὰς: οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότ: β. πρόβ:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους: μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότ: γ. θεώρ.) Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλους: τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

πρότ: δ. θεώρ:) Πᾶς ἀριθμὸς, παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος: ἤτοι: μέρος ἐστὶν ἢ μέρη.

πρότ: ε. θεώρ:) Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος: καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

πρότ: ς. θεώρ:) Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ: καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐὰν ἀριθμὸς, ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος: καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὅλος τοῦ ὅλου.

πρότ:

Πλευραὶ δὲ αὐτῶν, οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

Οταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γιγόμενος στερεὸς καλεῖται.

Πλευραὶ δὲ αὐτῶν, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀριθμοί.

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος: ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου, καὶ ὁ τρίτος, τοῦ τετάρτου ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἄνισων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρούμενος ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος τὸν μείζονα, ὁ λοιπὸς μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως ἂν λῃφθῇ μονὰς:

Πρότ: η. θεώρ.) Εαν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ὅπως ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος: καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπως ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Πρότ: θ. θεώρ:) Εαν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου, τὸ αὐτὸ μέρος: καὶ ἐναλλὰξ, ὁ μέρος ἐστὶν ἡ μέρη, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Πρότ. ι. θεώρ:) Εαν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη: καὶ ἐναλλὰξ, ἃ μέρη ἐστὶν, ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ μέρος.

Πρότ: ια. θεώρ:) Εαν ᾖ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα: καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος, πρὸς ὅλον.

Πρότ: ιβ. πρόβ:) Εαν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων, πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι, πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Εαν τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Εαὶ ὦσιν ὁποσιοιῶν ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σωδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: καὶ διίσου, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Εαν μόνας ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς, ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ: καὶ ἐναλλὰξ, ἰσάκις ἡ μονὰς, τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει, καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Πρότ: ις. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Εαὶ ἀριθμὸς, δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινὰς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Πρότ: ιη. θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον, τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Πρότ: ιθ. θεώρ.) Εαὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου, γενόμενος ἀριθμὸς: ἴσος ἔσται, τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γινομένῳ ἀριθμῷ. Καὶ ἐαὶ ὁ

ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἦ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου: οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: κ. θεώρ:) Εὰν τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἦ, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου: οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: κα. θεώρ:) Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι, τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων, τὸν ἐλάττονα.

Πρότ: κβ: θεώρ:) Εὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἦ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία: καὶ διίσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Πρότ: κγ: θεώ:) Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ: ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότ: κδ. θεώρ.) Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς: πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Πρότ:

Πρότ: κε. Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμός, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότ: κς. Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος, πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Πρότ. κζ Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότ: κη. Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρὸς δύο ἀριθμοὺς, ἀμφότεροι, πρὸς ἑκάτερον, πρῶτοι ὦσι: καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότ: κθ. Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν, ποιῇ τινα, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. Κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, καὶ ἐκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Πρότ: λ. Θεώρ:) Εαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, πρῶτος ἔσται. καὶ ἐὰν

σωαμφότερος, πρὸς ἕνα πινὰ αὐτῶν πρῶτος ἦ: καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότ: λα. Θεώρ:) Απας πρῶτος ἀριθμὸς, πρὸς ἅπαν ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ: πρῶτος ἐστίν.

Πρότ: λβ. Θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν, μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμὸς: καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Πρότ: λγ. Θεώρ:) Απας σύνθετος ἀριθμὸς, ὑπό πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότ: λδ. Θεώρ:) Απας ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπό πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότ: λε. Θεώρ:) Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τὸν ἐλαχίστους, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότ: λς. Θεώρ:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων: εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Πρότ: λζ. Θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος, ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος, τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Πρότ: λη. Θεώρ:) Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων,

των: Δυρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετρῶσιν ἀριθμόν.

Πρότ: λθ. θεώρ:) Εαὶ ἀριθμὸς, ὑπό τινος ἀριθμῶ μετρῆται, ὁ μετρούμενος, ὁμώνυμον μέρος ἔξει τῷ μετροῦντι.

Πρότ: μ. θεώρ:) Εαὶ ἀριθμὸς, μέρος ἔχῃ ὁποιονοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

πρότ: μα. πρόβ:) Αριθμὸν δυρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἔξει τὰ δοθέντα μέρη.

Τέλος τοῦ ἑβδόμου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Πρόπασις α. θεώρημα.

ΕΑΝ ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δ' ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

πρότ: β. θεώρ:) Αριθμοὺς δυρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους δοθήσεται ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

πρότ: γ. θεώρ:) Εὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν

ἐξ ἀρχῆς, τοῦ γνομένους πολλαπλασιάζαντες, ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται: καὶ ἀεὶ πρὸ τοῦ ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

πρότ: ιδ. θεώρ:) Εαν τετράγωνον τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

πρότ: ιε. θεώρ:) Εαν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

πρότ: ις. θεώρ:) Εαν τετράγωνος ἀριθμὸς, τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει: κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

πρότ: ιζ. θεώρ:) Εαν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει: κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ: οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

πρότ: ιη. θεώρ:) Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς, καὶ ὁ

καὶ ὁ ἀπίπεδος πρὸς τὸν ἀπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει: ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότ: ιθ. Θεώρ:) Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν: δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότ: κ. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμὸς: ὅμοιοι, ἀπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Πρότ: κα. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ: ὅμοιοι στερεοὶ ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Πρότ: κβ. Θεώρ:) Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ: καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: κγ. Θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ: καὶ τέταρτος κύβος ἔσται.

Πρότ: κδ. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν: ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ἢ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Πρότ: ις. θεώρ:) Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Τέλος τῶν ὀγδόων στοιχείων.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Πρόταϛις α. θεώρημα.

Ἐαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: β. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσί.

Πρότ: γ. θεώ:) Εαὶ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινα· ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

πρότ:

πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γενόμενος κύβος ἔσαι.

πρότ: ε. θεώρ:) Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσαι.

πρότ: ς. θεώρ:) Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσαι.

πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσαι.

πρότ: η. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἐστὶν, καὶ οἱ ἐνὰ ἀφαιρέποντες πάντες: ὁ δὲ τέταρτος κύβος: καὶ οἱ δύο ἀφαιρέποντες πάντες: ὁ δ' ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε ἀφαιρέποντες πάντες.

πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ: καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

πρότ:

Πρότ: ι. θεώρ:) Εαὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ἢ τετράγωνος, οὐδεὶς ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ἢ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Πρότ: ια. Θεώρ:) Εαὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιῶν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν: ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ, κατὰ τινὰ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότ: ιβ. Θεώρ:) Εαὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιῶν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν: ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρεῖται, ὑπὸ τῶν αὐτὸν, καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Πρότ: ιγ. Θεώρ:) Εαὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιῶν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ἢ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται: παρεξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότ: ιδ. Θεώρ:) Εαὶ ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ

ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' ἄδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρεξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Πρότ: ιε. Θεώρ:) Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιονοῦν συντεθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοι εἰσὶν.

Πρότ: ις. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον: οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότ: ιζ. Θεώρ:) Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον: οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον: οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινα.

Πρότ: ιη. Θεώρ:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, σκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότ: ιθ. πόρ:) Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, σκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότ: κ. Θεώρ:) Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ, παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους

πρώ-

πρώτων ἀριθμῶν.

Πρώτ: κα. θεώρ:) Εαν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν: ὁ ὅλος ἄρτιος ἐστί.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Εαν τινες ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ: ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Εαν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν: τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ: καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Πρότ. κδ. θεωρημ:) Εαν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, ἄρτιος ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κε. θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, περισσὸς ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότ: κς. θεώρ:) Εαν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Εαν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ: ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότ: κη. θεώρ:) Εαν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας τινὰ ποιῇ: ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Εαν περισσὸς ἀριθμὸς περισ-

περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ: ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Πρότ: λ. θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ: καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ μετρήσει.

Πρότ: λα. θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸν τινὰ ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ: καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ, πρῶτος ἔσται.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν: ἀρτιάκις ἄρτιος ἐστὶ μόνον.

Πρότ: λγ. θεώρ.) Εὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν, ἀρτιάκις περισσὸς ἐστὶ μόνον.

Πρότ: λκ. θεώρ:) Εὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν: ἀρτιάκις τε ἄρτιος ἐστὶ: καὶ ἀρτιάκις περίσσος.

Πρότ: λε. θεώρ:) Εὰν ὦσιν ὁσιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρῆεθ δὲ ἀπὸ τε τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσος τῷ πρώτῳ: ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Πρότ:

ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἦ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου: οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: κ. θεώρ:) Εὰν τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἦ, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου: οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: κα. θεώρ:) Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τοῦ τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι, τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων, τὸν ἐλάττονα.

Πρότ: κβ: θεώρ:) Εὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἦ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία: καὶ διίσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Πρότ: κγ: θεώ:) Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ: ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότ: κδ. θεώρ.) Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ, τοῦ τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς: πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Πρότ:

Πρότ. κε. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμός, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότ. κς. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσιν, ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος, πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Πρότ. κζ. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν. ὁ ἑκατὸν ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος, πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Πρότ. κη. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πρὸς δύο ἀριθμοὺς, ἀμφότεροι, πρὸς ἑκάτερον, πρῶτοι ὦσι: καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότ. κθ. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν, ποιῇ τινα, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. Καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς γινομένους πολλαπλασιάσαντες, ποιῶσί τινας, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ τοῖς τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Πρότ. λ. Θεώρ.) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, πρῶτος ἔσται. καὶ εἰ

σωναμφότερος, πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ἦ: καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Πρότ: κα. θεώρ:) Απας πρῶτος ἀριθμὸς, πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ: πρῶτος ἐστίν.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν, μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμὸς: καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Απας συνθέτος ἀριθμὸς, ὑπό πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότ: κδ. θεώρ:) Απας ἀριθμὸς, ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπό πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Πρότ: κε. θεώρ:) Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Πρότ: κς. θεώρ:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων: εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ, ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος, ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος, τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Πρότ: κη. θεώρ:) Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων,

των: εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Πρότ: λθ. θεώρ:) Εαὶ ἀριθμὸς, ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος, ὁμώνυμον μέρος ἔξει τῷ μετροῦντι.

Πρότ: μ. θεώρ:) Εαὶ ἀριθμὸς, μέρος ἔχῃ ὁποιονοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

πρότ: μα. πρόβ:) Αριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἔξει τὰ δοθέντα μέρη.

Τέλος τοῦ ἑβδόμου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΟΓΔΟΟΝ.

Πρόπασις α. θεώρημα.

Εαν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δ' ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

πρότ: β. θεώρ:) Αριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους δοθέντας ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

πρότ: γ. θεώρ:) Εαν ὦσιν ὁποσιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν

λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Πρότ: ιδ. πρόβ:) Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς: ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἐξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

πρότ: ε. θεώ:) Οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι: τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Πρότ: ς. Θεώρ:) Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρεῖ: ὁ δὲ ἄλλος ὁδεὶς ὁδένα μετρήσει.

πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

πρότ: η. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ καθὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ καθὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ: τοσοῦτοι, καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς, μεταξὺ καθὰ τὸ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ καθὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ,

μοὶ, ὅσοι εἰς αὐτὸν μεταξὺ καὶ τὰ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρας αὐτῶν, καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ καὶ τὰ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

πρότ. ι. θεώρ.) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ καὶ τὰ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὅσοι ἑκατέρας αὐτῶν, καὶ μονάδι ἑξῆς μεταξὺ καὶ τὰ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοὶ, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτὸν μεταξὺ καὶ τὰ συνεχὲς, ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

πρότ. ια. θεώρ.) Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ τετράγωνος, πρὸς τὸν τετράγωνον, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ, πρὸς τὴν πλευράν.

πρότ. ιβ. θεώρ.) Δύο κύβων ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί: καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον, τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

πρότ. ιγ. θεώρ.) Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδήποτε ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσαντες ἕκαστος ἑαυτὸν, ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, ἀνάλογον ἔσονται. Καὶ ἐὰν οἱ

ἐξ ἀρχῆς, τοῦ γνομένης πολλαπλασιάζοντες, ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται: καὶ ἀεὶ ὡσὶ τοῦ ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

πρότ: ιδ. θεώρ:) Εαὶ τετράγωνον τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ, τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

πρότ: ιε. θεώρ:) Εὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. Καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

πρότ: ις. θεώρ:) Εὰν τετράγωνος ἀριθμὸς, τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει: κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

πρότ: ιζ. θεώρ:) Εὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει: κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ: οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

πρότ: ιη. θεώρ:) Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν, εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμὸς, καὶ ὁ

καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει: ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότ: ιθ. Θεώρ:) Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν: δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ, πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Πρότ: κ. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμὸς: ὅμοιοι, ἐπίπεδοι ἔσονται ἀριθμοί.

Πρότ: κα. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ: ὅμοιοι στερεοὶ ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ: καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: κγ: Θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ: καὶ τέταρτος κύβος ἔσται.

Πρότ: κδ. Θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν: ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: κε. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς, πρὸς κύβον ἀριθμὸν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Πρότ: κς. θεώρ:) Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμὸν.

Τέλος τοῦ ὀγδόου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΝΝΑΤΟΝ.

Πρότασις α. θεώρημα.

ΕΑν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσι τινὰ, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Πρότ: β. θεώρ:) Εαὶ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσί.

Πρότ: γ. θεώ:) Εαὶ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας, ποιῇ τινὰ: ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

πρότ:

πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γινόμενος κύβος ἔσται.

πρότ: ε. θεώρ:) Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

πρότ: ϛ. θεώρ:) Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς, ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ, ὁ γινόμενος στερεὸς ἔσται.

πρότ: η. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνος ἐστὶν, καὶ οἱ ἐνὰ ἀφαιρούμενοι πάντες: ὁ δὲ τέταρτος κύβος: καὶ οἱ δύο ἀφαιρούμενοι πάντες: ὁ δ' ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε ἀφαιρούμενοι πάντες.

πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ: καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

πρότ:

Πρότ: ι. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ἦ τετράγωνος, οὐδεὶς ἄλλος ἐστὶν τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν ἕνα διαλιπόντων πάντων: καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ἦ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Πρότ: ια. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν: ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ, καθ' ἕνα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν: ὑφ' ὅσων ἂν ὁ ἔλαχιστος πρώτων ἀριθμῶν μετρεῖται, ὑπὸ τῶν αὐτὸν, καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ἦ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται: πάρεξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς

ὑπὸ

ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' ἄδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται πάρεξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιονοῦν συντεθέντες, πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Πρότ: ις. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον: οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον: οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν: οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον: οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλόν τινα.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότ: ιθ. πόρ:) Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Πρότ: κ. θεώρ:) Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ, παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους

πρώ-

πρώτων ἀριθμῶν.

Πρώτ: κα.θεώρ:) Εὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν: ὁ ὅλος ἄρτιος ἐστί.

Πρότ: κβ.θεώρ:) Εὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ: ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κγ.θεώρ:) Εὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν: τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ: καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Πρότ. κδ. θεώρημα:) Εὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, ἄρτιος ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κε.θεώρ:) Εὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ, περισσὸς ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότ: κς.θεώρ:) Εὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ: καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κζ.θεώρ:) Εὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ: ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Πρότ: κη.θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ: ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Πρότ: κθ.θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς

περισ-

περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινὰ: ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Πρότ: λ. θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ: καὶ τὸν ἥμισυ αὐτοῦ μετρήσει.

Πρότ: λα. θεώρ:) Εὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸν τινὰ ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ: καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ, πρῶτος ἔσται.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν: ἀρτιάκις ἄρτιος ἐστὶ μόνον.

Πρότ: λγ. θεώρ.) Εὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν, ἀρτιάκις περισσὸς ἐστὶ μόνον.

Πρότ: λκ. θεώρ:) Εὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν: ἀρτιάκις τε ἄρτιος ἐστὶ: καὶ ἀρτιάκις περίσσος.

Πρότ: λε. θεώρ:) Εὰν ὦσιν ὁσιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρῆεθ δὲ ἀπὸ τε τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσος τῷ πρώτῳ: ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Πρότ:

πρότ. λς. θεώρ.) Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς συντεθῶσιν, ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ· ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρώτου γένηται· καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιαθεὶς ποιῇ τινὰ ὁ γενόμενος τέλειον ἔσται.

Τέλος τῶν ἐννατοστοιχείων.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ.

ΟΡΟΙ.

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

Ἀσύμμετρα δέ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ὑπ' αὐτῶν τετράγωνα, τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

Ἀσύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις, μηδὲν ἐνδέχεται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει

ἄπειροι

ἄπειροι συμμέτροί τε, καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν, μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον.

Καλείσθω δὴ ἡ μὲν προτεθεῖσα ῥητὴ. καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει, καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι ἄλογοι καλείσθωσαν. καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης ῥητοῦ τετράγωνον, ῥητόν.

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα ῥητά. Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα ἄλογα καλείσθω, & αἱ δυνάμει μαὐτὰ, ἄλογοι. Εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὐτὰ αἱ πλευραὶ, εἰ δὲ ἕτερόμηκες τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι ἄλογοι καλείσθω.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. θεώρ:) Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον, ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλειπομένου, μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίγνηται. λειφθήσεταί τι μέγεθος, ὅ ἐστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐλάσσονος μεγέθους.

Πρότ: β. θεώρ:) Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων ἀνθυφαιρεμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσ-

σονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ καταλειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ: ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότ: γ. πρόβ:) Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων: τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότ: δ. πρόβ:) Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων: τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Πρότ: ε. θεώρ:) Τὰ σύμμετρα μεγέθη: πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν.

Πρότ: ϛ. θεώρ:) Εὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα, λόγον ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν: σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Πρότ: ζ. θεώρ:) Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη: πρὸς ἄλληλα, λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Πρότ: η. θεώρ:) Εὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν: ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγω-

τράγωνον ἀριθμὸν, καὶ τὰ τετράγωνα, τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν: καὶ τὰς πλευρὰς ἔξει μήκει συμμέτρους, τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, λόγον οὐκ ἔχει ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς, πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἔξει μήκει συμμέτρους.

Πόρισμα) Καὶ φανερὸν ἐστιν ἐκ τῶν δεδειγμένων ὅτι αἱ μήκει σύμμετροι πάντως καὶ δυνάμει. αἱ δὲ δυνάμει σύμμετροι, οὐ πάντως καὶ μήκει. καὶ αἱ μήκει ἀσύμμετροι, οὐ πάντως καὶ δυνάμει ἀσύμμετροι, αἱ δὲ δυνάμει ἀσύμμετροι, πάντως καὶ μήκει.

Πρότ: ι. θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Πρότ: ια. πρόβ:) Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ δοθεῖαν προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους: τὴν μὲν μήκει μόνον: τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα: καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ: τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν μεγέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ: καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει: καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει: καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Πρότ: ις. θεώρ:) Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν, σύμμετρον ἔσται, κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμ-

μετρον

μετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσαι.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Εαὶ δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συνιεθῆ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσαι. καὶ τὸ ὅλον ἐνὶ αὐτῷ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσαι.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Εαν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρη τῆ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῆ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκη, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκη, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τῆ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῆ ἐλλείπον εἴδη τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Εαν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρῃ τῆ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῆ, ἐλλείπον εἴδῃ τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα

αὐτῶν διαιρῇ μήκη, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος, μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, ἴσον παρὰ τὸν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ: εἰς ἀσύμμετρα αὐτὸν διαιρεῖ μήκη.

Πρότ: κ. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκη συμμέτρων καθάπερα τῶν προφημένων τρόπον δύο εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ῥητόν ἐστιν.

Πρότ: κα. θεώρ:) Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον, τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν, περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτό, ἄλογος ἐστὶ, καλείσθω δὲ μέση.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν: οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης: πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον, τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Πρότ:

Πρότ: κδ. θεώρ:) Η τῇ μέσῃ σύμμετρος: μέση ἐστίν.

Πρότ: κε. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων ῥητῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον: μέσον ἐστίν.

Πρότ: κς. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἤτοι ῥητόν, ἢ μέσον ἐστίν.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Μέσον μέσου, οὐκ ὑπερέχει ῥητῷ.

Λῆμμα:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐν λόγῳ ὁποιῳοῦν, καὶ ἄλλου τινός: δέον ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν πρὸς τὸν ἀριθμόν, οὕτως τοῦτον πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότ: κη. πρόβ:) Μέσας εὑρεῖν: δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Πρότ: κθ. πρόβ:) Μέσας εὑρεῖν: δυνάμει μόνον συμμέτρους, μέσον περιεχούσας.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο τετράγωνους ἀριθμοὺς, ὥς τε καὶ τὸν συγκείμενον, ἐξ αὐτῶν εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμοὺς, ὥς τε τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μὴ εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, καὶ εὐθείας: δεῖν ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν, πρὸς τὸν ἀριθμὸν: ἕτως τὸ ἀπὸ τῆς εὐθείας τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπ' ἄλλης τινὸς.

Πρότ: λ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥς τε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους: ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μείζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔσαι ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν: ἕτως τὸ ὑπὸ τῶν δύο πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης.

Πρότ: λα. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας: ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔσαι ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην: ἕτως τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ μέσης, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ ἐλαχίστης.

Πρότ: λβ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μό-

μει μόνον συμμέτρους, μέσον περιέχουσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μείζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Πρότ:) λγ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Πρότ: λδ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον: τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Πρότ: λε. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετράγωνων.

Πρότ: λς. θεώρ:) Εαν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν: ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν, καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: λζ. θεώρ.) Εαν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι, ῥητὸν περιέχουσαι: ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Πρότ: λη. θεώρ:) Εαν δύο μέσαι δυνάμει

Πρότ: νδ: θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: νε. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη: ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Πρότ: νς. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Πρότ: νζ. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Πρότ: νη. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότ: νθ. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Πρότ:

Πρότ: ξ: θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Πρότ: ξα. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Πρότ: ξβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Πρότ: ξγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην:

Πρότ: ξδ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Πρότ: ξε. θεώρ.) Τὸ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Πρότ: ξς. θεώρ:) Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότ: ξζ. θεώρ:) Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μή-

κει

πρότ: οδ. θεώρ:) Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν τὸ ἐχη: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

πρότ: οε. θεώρ:) Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον τὸ ἐχει: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

πρότ: ος: θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀϑείας ἀϑεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἄμα ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ ἐλάσσων.

πρότ: οζ. θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀϑείας ἀϑεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

πρότ: οη. θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀϑείας ἀϑεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν συγκείμενον

ἐκ τῶν

καὶ σύμμετρον, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

πρότ. ξη. θεώρ.) Η τῇ μείζονι σύμμετρος καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

πρότ. ξθ. θεώρ.) Η τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρον καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

πρότ. ο. θεώρ.) Η τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρον δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

πρότ. οα. θεώρ.) Ῥητῷ καὶ μέσῳ συνπιθεμένῳ, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων· ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη· ἢ μείζων· ἢ ἐκ ῥητοῦ καὶ μέσου δυναμένη.

πρότ. οβ. θεώρ.) Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συνπιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα· ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Δευτέρα τάξις ἑτέρων λόγων τῶν καθ' ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν καθ' ἀφαίρεσιν ἐξάδων.

πρότ. ογ. θεώρ.) Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ· ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἀποτομή.

πρότ.

ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ: ϙθ. θεώρ:) Τῇ ἀποτομῇ, μία μόνον συναρμόζει ἀθεῖα ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Πρότ: ϙ. θεώρ:) Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνη μία συναρμόζει ἀθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Πρότ: ϙα. θεώρ:) Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ, μία μόνον συναρμόζει ἀθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Πρότ: ϙβ. θεώρ:) Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον συναρμόζει ἀθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης, τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Πρότ: ϙγ. θεώρ:) Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ: μία μονον συναρμόζει ἀθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Πρότ:

Πρότ: π̄δ. θεώρ:) Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ, μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν, τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Πρότ: π̄ε. θεώρ:) Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Πρότ: π̄ϛ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Πρότ: π̄ζ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Πρότ: π̄η. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Πρότ: π̄θ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Πρότ: ϟ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Πρότ: ϟᾱ. θεώρ:) Εὰν χωρίων περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομὴ ἐστὶν.

Πρότ: ϟβ. θεώρ:) Εὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χω-

ρίον δυναμένη μέσης ἀπολομὴ ἐστὶ πρώτη.

Πρότ: ηγ̄. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀπολομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀπολομὴ ἐστὶ δευτέρα.

Πρότ: ηδ̄. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀπολομῆς τετάρτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐλάσσων ἐστὶ.

Πρότ: ηε̄. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀπολομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστὶ.

Πρότ: ηϛ̄. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀπολομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστὶ.

Πρότ: ηζ̄. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ἀπολομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην.

Πρότ: ηη̄. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης ἀπολομῆς πρώτης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀπολομὴν δευτέραν.

Πρότ: ηθ̄. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης ἀπολομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην.

Πρότ: ρ̄. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν

ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην.

Πρό: ρα. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πέμπτην.

Πρότ: ρβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν ἕκτην.

Πρότ: ργ. θεώρ:) Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος: ἀποτομή ἐστιν, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότ: ρδ. θεώρ:) Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος: μέση ἀποτομή ἐστιν, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότ: ρε. θεώρ:) Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος: ἐλάσσων ἐστίν.

Πρότ: ρς. θεώρ:) Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος: καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότ: ρζ. θεώρ:) Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος: καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότ: ρη. θεώρ:) Ἀπὸ ῥητοῦ μέσου ἀφαιρουμένου: ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη: μία

αὐτῶν διαιρῇ μήκη, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος, μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονα μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ ἢ πεπτάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος, ἴσον παρὰ τὸν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ: εἰς ἀσύμμετρα αὐτῶν διαιρεῖ μήκη.

Πρότ: κ. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκη συμμέτρων καθάπερα τῶν προφημένων τρόπον δύο εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ῥητόν ἐστιν.

Πρότ: κα. θεώρ:) Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον, τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν, περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογος ἐστὶ, καλείσθω δὲ μέσον.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, ἔστιν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν: οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης: πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον, τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Πρότ:

Πρότ: κδ. θεώρ:) Η τῇ μέσῃ σύμμετρος: μέση ἐστὶν.

Πρότ: κε. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων ὑθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον: μέσον ἐστὶν.

Πρότ: κς. θεώρ:) Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον: ἤτοι ῥητὸν, ἢ μέσον ἐστὶν.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Μέσον μέσου, οὐκ ὑπερέχει ῥητῷ.

Λῆμμα:) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐν λόγῳ ὁποιῳοῦν, καὶ ἄλλου τινὸς: δέον ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν πρὸς τὸν ἀριθμὸν, οὕτως τοῦτον πρὸς ἄλλον τινά.

Πρότ: κη. πρόβ:) Μέσας εὑρεῖν: δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

Πρότ: κθ. πρόβ:) Μέσας εὑρεῖν: δυνάμει μόνον συμμέτρους, μέσον περιεχούσας.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο τετράγωνους ἀριθμοὺς, ὥς τε καὶ τὸν συγκείμενον, ἐξ αὐτῶν εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἀριθμοὺς, ὥς τε τὸν ἐξ αὐτῶν συγκείμενον μὴ εἶναι τετράγωνον.

Λῆμμα.) Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, καὶ εὐθείας δεῖν ποιῆσαι ὡς τὸν ἀριθμὸν, πρὸς τὸν ἀριθμὸν: οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς εὐθείας τετράγωνον, πρὸς τὸ ἀπ' ἄλλης τινός.

Πρότ: λ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥς τε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Εὑρεῖν δύο ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους: ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔστω ὡς ἡ εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν: οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν δύο πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐλαχίστης.

Πρότ: λα. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας: ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Λῆμμα.) Ἐὰν ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι ἐν λόγῳ τινὶ, ἔστω ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην: οὕτως τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ μέσης, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς μέσης καὶ ἐλαχίστης.

Πρότ: λβ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μό-

μει μόνον συμμέτρους, μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονα μείζον δύνασθαι, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Πρότ: λγ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Πρότ: λδ. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον: τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν.

Πρότ: λε. πρόβ:) Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Πρότ: λς. θεώρ:) Εαὶ δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν: ἡ ὅλη ἄλογός ἐστιν, καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: λζ. θεώρ.) Εαὶ δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι, ῥητὸν περιέχουσαι: ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Πρότ: λη. θεώρ:) Εαὶ δύο μέσαι δυνάμει

μόνον σύμμετροι σωτεθῶσι μέσον περιέχουσι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Πρότ: λθ. θεώρ:) Εαὶ δύο δυνάμει ἀσύμμετροι σωτεθῶσι, ποιοῦσι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον: ἡ ὅλη δύναται ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ μείζων.

Πρότ: μ. θεώρ:) Εαὶ δύο δυνάμει ἀσύμμετροι σωτεθῶσι, ποιοῦσι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν ῥητόν: ἡ ὅλη δύναται ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότ: μα. θεώρ:) Εαὶ δύο δυνάμει ἀσύμμετροι σωτεθῶσι, ποιοῦσι τότε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων: ἡ ὅλη δύναται ἄλογός ἐστι, καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Πρότ: μβ. θεώρ:) Η ἐκ δύο ὀνομάτων, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότ: μγ. θεώρ:) Η ἐκ δύο μέσων πρώτη,

καθ'

καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖ), εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότ: μδ. θεώρ:) Η ἐκ δύο μέσων δυτέρα, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότ: με. θεώρ:) Η μείζων καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότ: μς. θεώρ:) Η ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Πρότ: μζ. θεώρ:) Η δύο μέσα δυναμένη, καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται, εἰς τὰ ὀνόματα.

πρότ: μη. πρόβ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

πρότ: μθ. θεώρ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων δυτέραν.

πρότ: ν. πρόβ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

πρότ: να. θεώρ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

πρότ: νβ. θεώρ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

πρότ: νγ. πρόβ:) Εὑρεῖν τινὰ ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

πρότ:

Πρότ: νδ: θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: νε. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη: ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Πρότ: νς. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Πρότ: νζ. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη μείζων.

Πρότ: νη. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Πρότ: νθ. θεώρ:) Ἐαὶ χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Πρότ:

Πρότ: ξ: θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Πρότ: ξα. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Πρότ: ξβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Πρότ: ξγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην:

Πρότ: ξδ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Πρότ: ξε. θεώρ.) Τὸ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Πρότ: ξς. θεώρ:) Η τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτὴ.

Πρότ: ξζ. θεώρ:) Η τῇ ἐκ δύο μέσων μή-

κει

πρότ: οδ. θεώρ:) Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν τὸ ἐχη: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

πρότ: οε. θεώρ:) Εαν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον τὸ ἐχει: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

πρότ: ος: θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀθείας ἀθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἄμα ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλεῖσθω δὲ ἐλάσσων.

πρότ: οζ. θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀθείας ἀθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι, καλείσθω ἡ μετὰ ῥητοῦ, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

πρότ: οη. θεώρ:) Εαν ἀπὸ ἀθείας ἀθεῖα ἀφαιρεθῇ, δυνάμει ἀσύμμετρος ὅσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιῶσα τὸ μὲν συγκείμενον

ἐκ τῶν

καὶ σύμμετρον, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

πρότ: ξη. θεώρ:) Η τῇ μείζονι σύμμετρος καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

πρότ: ξθ. θεώρ.) Η τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρον: καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστίν.

πρότ: ο. θεώρ:) Η τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρον: δύο μέσα δυναμένη ἐστίν.

πρότ: οα. θεώρ:) Ῥητῷ καὶ μέσῳ συντιθεμένῳ, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων: ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη: ἢ μείζων: ἢ ἐχ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

πρότ: οβ: θεώρ:) Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα: ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Δευτέρα τάξις ἑτέρων λόγων τῶν καθ' ἀφαίρεσιν.

Ἀρχὴ τῶν καθ' ἀφαίρεσιν ἐξάδων.

πρότ: ογ. θεώρ:) Ἐαν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστὶ, καλείσθω δὲ ἀποτομή.

πρότ:

ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ ὅλῃ ἀπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογος ἐστὶ, καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου, μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ:) ϙθ. θεώρ:) Τῇ ἀποτομῇ, μία μόνον προσαρμόζει ἀΐθεῖα ῥητὴ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Πρότ: ϙ. θεώρ:) Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνη μία προσαρμόζει ἀΐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Πρότ: ϙα. θεώρ:) Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ, μία μόνον προσαρμόζει ἀΐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Πρότ: ϙβ. θεώρ:) Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει ἀΐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης, τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Πρότ: ϙγ. θεώρ:) Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ: μία μονον προσαρμόζει ἀΐθεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ: μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν.

Πρότ:

Πρότ: ῡδ. ϑεώρ:) Τῇ μεϑὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσῃ, μία μόνον περισαρμόζει ἀϑεῖα, δυνάμει ἀσύμμετρός ἐστι τῇ ὅλῃ: μὴ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν μέσον; καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν, τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Πρότ: ῡε. ϑεώρ:) Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Πρότ: ῡς. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Πρότ: ῡζ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Πρότ: ῡη. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Πρότ: ῡθ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Πρότ: ϟ. πρόβ:) Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Πρότ: ϟα. ϑεώρ:) Ἐὰν χωρίων περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Πρότ: ϟβ. ϑεώρ:) Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χω-

ρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστὶ πρώτη.

Πρότ: ηγ. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη μέσης ἀποτομή ἐστὶ δευτέρα.

Πρότ: ηδ. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς τετάρτης: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἐλάσσων ἐστὶ.

Πρότ: ηε. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστὶ.

Πρότ: ηϛ. θεώρ:) Ἐαν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς, καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστὶ.

Πρότ: ηζ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πρώτην.

Πρότ: ηη. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης, παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν δευτέραν.

Πρότ: ηθ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τρίτην.

Πρότ: ρ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν

ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν τετάρτην.

Πρό: ρα. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν πέμπτην.

Πρότ: ρβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ τῆς μ̄ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον: πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν ἕκτην.

Πρότ: ργ. θεώρ:) Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος: ἀποτομή ἐστιν, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότ: ρδ. θεώρ:) Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος: μέση ἀποτομή ἐστιν, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Πρότ: ρε. θεώρ:) Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος: ἐλάσσων ἐστίν.

Πρότ: ρς. θεώρ:) Ἡ τῇ μ̄ ῥητὸν μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος: καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητὸν μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότ: ρζ. θεώρ:) Ἡ τῇ μ̄ μέσα μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος: καὶ αὐτὴ μετὰ μέσα μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Πρότ: ρη. θεώρ:) Ἀπὸ ῥητῆς μέσα ἀφαιρεθείσα, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη: μία

δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομὴ, ἢ ἔλαττων.

Πρότ: ρθ. θεώρ:) Ἀπὸ μέσης ῥητῆς ἀφαιρεθείσης, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσον ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητῆς τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ: ρι. θεώρ:) Ἀπὸ μέσης, μέσης ἀφαιρεθείσης ἀσυμμέτρως τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσον ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσης μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ: ρια. θεώρ:) Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: ριβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐπὶ τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἐπὶ ἡ γινομένη ἀποτομὴ, τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν, τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρα τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἐπὶ δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Πρόθ: ριδ. θεώρ:) Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνό-

τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ῥητὴ ἐστὶ.

Πρότ: ριε. θεώρ:) Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ ἑκάτερα τῶν πρότερων ἡ αὐτή.

Πρότ: ρις. θεώ:) Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἀπὸ τῶν τριγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρος ἐστὶν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Τέλος τοῦ δεκάτου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ια.
καὶ στερεῶν πρῶτον.

ΟΡΟΙ.

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

Στερεοῦ δὲ πέρας ἐπιφάνεια.

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ

λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ὧσιν:

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ: ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

Επιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία, ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων, πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστὶ τὰ ἀσύμπτωτα.

Ομοια στερεὰ σχήματά ἐστὶ, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων, περιεχόμενα, ἴσων τε πλήθει.

Ισα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστὶ, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἀποιμένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐν τῇ

αὐτῇ

αὐτῇ ἐπιφανείᾳ ἀσῶν πρὸς πάσας τὰς γραμμὰς κλίσις.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ ἀσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστός.

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον, ἴσα τε καὶ ὅμοια ἐστὶ, καὶ παράλληλα· τὰ δὲ λοιπὰ, παραλληλόγραμμα.

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Κῶνος ἐστὶν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα, καὶ ἡ μένουσα εὐθεῖα ἴσον ἢ τὴν λοιπὴν τὴν περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένην: ὀρθογώνιος μὲν ἔσται κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος: ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν, ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα περὶ ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

Βάσεις δὲ οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

Ὅμοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροι εἰσὶν, ὧν οἵ τε ἄξονες, καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογον εἰσὶν.

Κύβος

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

Τετράεδρον ἐστὶ σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Ὀκτάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Δωδεκάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

Εἰκοσάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. θεώρ:) Εὐθείας γραμμῆς, μέρος μέν τι οὐκ ἐστὶν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Πρότ: β. θεώρ:) Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον, ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστί.

Πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα δύο εὐθείας τεμνούσας ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τ κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότ: ε̅. πρόβ:) Εὰν εὐθεία τρισὶν ταῖς ἐυθείαις ἁπτομένοις ἀλλήλων πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ.

Πρότ: ϛ̅. θεώρ:) Εὰν δύο εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι: παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Πρότ: ζ̅. θεώρ:) Εὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα: ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεία, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Πρότ: η̅. θεώρ:) Εὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δ' ἑτέρα αὐτων ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότ: θ̅. θεώρ:) Αἱ τῇ αὐτῇ ἐυθεῖᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ: καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Πρότ: ι̅. θεώρ:) Εὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, περὶ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ: ἴσας γωνίας περιέχουσι.

Πρότ:) ι̅α. πρόβ:) Απὸ τοῦ δοθέντος σημείου

μείᾳ μετεώρᾳ ἀπὸ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου: κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Πρότ: ιϛ. πρόϐ:) Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Πρότ: ιγ. πρόϐ:) Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι: παράλληλα ἐστὶ τὰ ἐπίπεδα.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, ὦσι δύο εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι: παράλληλα ἐστὶ τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Πρότ: ιϛ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται: αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοι εἰσί.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται: εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Εαὶ εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπε-

δα τῷ

δια τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἀλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Πρότ: κ. θεώρ) Εαὶ στερεὰ γωνία, ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται δύο οποιαουῦν τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Πρότ: κα. θεώρ:) Απασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Εαὶ ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι: δυατὸν ἐστὶν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας, τρίγωνον σησήσασθαι.

Πρότ: κγ. πρόβ:) Εκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι στερεὰν γωνίαν σησήσασθαι: δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Πρότ: κδ. θεώρ:) Εαν στερεὸν ὑπὸ παραλ-

λήλων

λήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλα ἐστίν.

Πρότ: κε. θεώρ:) Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδοις, ἔστω ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Πρότ: κς. θεώρ:) Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ, ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Πρότ: κζ. πρόβ:) Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Πρότ: κη. θεώρ:) Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἐπιπέδῳ τινὶ, καὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τῶν ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθῶν: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λ: θεώρ:) Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσε-

ως; ὄν-

ὡς ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ὑφεστῶσαι εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λα. θεώρ:) Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα: πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: λγ. θεώρ:) Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότ: λδ. θεώρ:) Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι: Καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότ: λε. θεώρ:) Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν, ἴσας γωνίας περιέχουσαι, μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθῶν, ἑκάτερα ἑκατέρα, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι κάθετοι ἀχθῶσιν

ἀπὸ

ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ἐπὶ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι: ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Πρότ: ις. θεώρ:) Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἀπὸ τῶν τριῶν στερεῶν παραλληλεπίπεδον: ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ἰσογωνίῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ἔσται. καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον, ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀχθεῖσα κάθετος.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τὰ ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπε-

δια ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἡ τῆς στερεᾶς παραλληλεπιπέδου διαμέτρου ἐπὶ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Πρό: μ: θεώρ:) Ἐὰν δύο πρίσματα ἰσοῦψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχει βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον: διπλάσιον δὲ ἡ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου: ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Τέλος τοῦ ια. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ιβ. καὶ στερεῶν β.

Πρότ: α. θεώρημα.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Πρότ: β. θεώρ:) Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Πρότ: γ. θεώρ:) Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἔχούσας, καὶ ὁμοίως τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονα ἐστὶν

ἢ τὸ

ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις: διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἰς δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνεται: ἔστιν ὡς τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν: οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἴσα πληθεῖ.

Πρότ: ι. θεώρ:) Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πυραμίδες: καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: ια. θεώρ:) Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Πᾶν πρίσμα τριγώνον ἔχον βάσιν: διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Πρότ: ιγ. πρόβ:) Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις: ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομὴ, ἢ ἔλαττων.

Πρότ: ρθ. θεώρ:) Ἀπὸ μέσης ῥητῆς ἀφαιρεθείσης, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσης ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητῆς τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ: ρι. θεώρ:) Ἀπὸ μέσης, μέσης ἀφαιρεθείσης ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέσης ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσης μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Πρότ: ρια. θεώρ:) Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: ριβ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομὴν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐπὶ τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἐπὶ ἡ γινομένη ἀποτομὴ, τὴν αὐτὴν ἔχει τάξιν, τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα, σύμμετρα τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἐπὶ δὲ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Πρόθ: ριδ. θεώρ:) Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνό-

τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκθέσεως ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ῥητὴ ἐστί.

Πρότ. ριε. θεώρ.) Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ ἑκάτερα τῶν πρότερων ἡ αὐτή.

Πρότ. ρις. θεώ.) Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἀπὸ τῶν τριγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρόν ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Τέλος τοῦ δεκάτου στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ια.

καὶ στερεῶν πρῶτον.

ΟΡΟΙ.

Στερεόν ἐστι τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

Στερεοῦ δὲ πέρας ἐπιφάνεια.

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ

λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθάς ὥσιν:

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ: ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

Επιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία, ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων, πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

Επίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστὶ τὰ ἀσύμπτωτα.

Ομοια στερεὰ σχήματά ἐστὶ, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων, περιεχόμενα, ἴσων τὸ πλῆθος.

Ισα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα, ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμμῶν ἀποιθμένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐν τῇ

αὐτῇ

αὐτῇ ἐπιφανείᾳ ἴσων πρὸς πάσας τὰς γραμμὰς κλίσις.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ ἐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστός.

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον, ἴσα τε καὶ ὅμοια ἐστὶ, καὶ παράλληλα τὰ δὲ λοιπὰ, παραλληλόγραμμα.

Σφαιρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου, περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα, καὶ μενούσα εὐθεῖα ἴση ἡ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ: ὀρθογώνιος μὲν κῶνος, ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος: ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν, ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα περὶ ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

Βάσεις δὲ οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περαιουμένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

Ὅμοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροι εἰσὶν, ὧν οἵ τε ἄξονες, καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογον εἰσὶν.

Κύβος

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

Τετράεδρον ἐστὶ σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Ὀκτάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Δωδεκάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

Εἰκοσάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. θεώρ:) Εὐθείας γραμμῆς, μέρος μέν πού σοι οὐκ ἐστὶν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

Πρότ: β. θεώρ:) Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον, ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστί.

Πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα δύο εὐθείας τεμνούσας ἀλλήλας πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τ κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότ: ε. πρόβ:) Εαὶ δύο εὐθεῖα τρισὶν τοῖς ἐυθείαις ἀπτόμεναι ἀλλήλων πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ὑπισυθῆ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἐνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ.

Πρότ: ς. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι: παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Πρότ: ζ. θεώρ:) Εαὶ ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῆ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα: ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ τοῖς παραλλήλοις.

Πρότ: η. θεώρ:) Εαὶ ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δ' ἑτέρα αὐτων ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Πρότ: θ. θεώρ:) Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθεῖα παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ: καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Πρότ: ι. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, περὶ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ: ἴσας γωνίας περιέχουσι.

Πρότ:) ια. πρόβ:) Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου

μείᾳ μετεώρᾳ ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον: κάθετον εὐθείαν γραμμὴ ἀγαγεῖν.

Πρότ: ιϛ. πρόϐ:) Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Πρότ: ιγ. πρόϐ:) Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι: παράλληλα ἐστὶ τὰ ἐπίπεδα.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, ὦσι δὲ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὡσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι: παράλληλα ἐστὶ τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Πρότ: ιϛ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται: αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοι εἰσί.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Εαὶ δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται: εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Εαὶ εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπε-

δα τῷ

δια τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Εαὶ δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσαι.

Πρότ: κ. θεώρ) Εαὶ στερεὰ γωνία, ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται δύο ὁποιαοῦν τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Πρός: κα. θεώρ:) Απασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Εαὶ ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι: δυνατὸν ἐστὶν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυσῶν τὰς ἴσας εὐθείας, τρίγωνον σχήσασθαι.

Πρότ: κγ. πρόβ:) Εκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες εἰσὶ πάντη μεταλαμβανόμεναι στερεὰν γωνίαν σχῆσαι: δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Πρότ: κδ. θεώρ:) Εαν στερεὸν ὑπὸ παραλ-

λήλων

λήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπεναντίον αὐτῶν ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλα ἐστὶν.

Πρότ: κε. θεώρ:) Εαν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Πρότ: κς. θεώρ:) Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ, ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Πρότ: κζ. πρόβ:) Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Πρότ: κη. θεώρ:) Εαν στερεὸν παραλληλεπίπεδον, ἐπιπέδῳ τινὶ, καὶ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν: ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν.

Πρότ: λ: θεώρ:) Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσε-

ως; ὄν-

ὡς ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὧν αἱ ὑφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λα. θεώρ:) Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος: ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα: πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: λγ. θεώρ:) Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότ: λδ. θεώρ:) Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι: Καὶ ὧν στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν: ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Πρότ: λε. θεώρ:) Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κορυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν, ἴσας γωνίας περιέχουσαι, μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς δύο, ἑκάτερα ἑκατέρα, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα ἐν οἷς εἰσὶν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι κάθετοι ἀχθῶσιν

ἀπὸ

ἀπὸ δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι: ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν μετεώρων.

Πρότ: λϛ. θεώρ:) Εὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν ϛερεῶν παραλληλεπίπεδον: ἴσον ἐϛὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης ϛερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Πρότ: λζ. θεώρ:) Εὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα, ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ἔϛαι. καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν ϛερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον, ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Πρότ: λη. θεώρ:) Εὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Πρότ: λθ. θεώρ:) Εὰν ϛερεοῦ παραληλεπιπέδου τῶν ἀπ' ἐναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπε-

δια ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων, καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος: δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Πρό: μ: θεώρ:) Ἐὰν δύο πρίσματα ἰσοῦψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχει βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον: διπλάσιον δὲ ἡ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου: ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Τέλος τοῦ ια. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ιβ. καὶ στερεῶν β.

Πρότ: α. θεώρημα.

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Πρότ: β. θεώρ:) Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Πρότ: γ. θεώρ:) Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἔχούσας, καὶ ὁμοίως τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονα ἐστὶν

ἢ τὸ

ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Πρότ: θ. θεώρ:) Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις: διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἰς δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνεται: ἔστιν ὡς τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν: οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἴσον πλῆθος.

Πρότ: ι. θεώρ:) Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄσαι πυραμίδες: καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: ια. θεώρ:) Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Πᾶν πρίσμα τριγώνον ἔχον βάσιν: διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Πρότ: ιγ. πόρ:) Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις: ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀνάπαλιν πεπόνθασιν, αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι: ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀνάπαλιν πεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν: ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Πρότ: ι. θεώρ:) Πᾶς κώνου κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

Πρότ: ια. θεώρ:) Οἱ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι: πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς αἱ βάσεις.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Οἱ ὅμοιοι κῶνοι, καὶ κύλινδροι ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Πρότ: ιγ: θεώρ:) Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις: ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

πρότ: ιδ. θεώ:) Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

πρότ: ιε. θεώρ:) Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων, ἀνάπαλιν πεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι, καὶ ὧν κώνων, καὶ κυλίνδρων ἀνάπαλιν πεπόνθασιν αἱ βά-

σιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν ἴσοι ἐκεῖνοι.

Πρότ: ῑς: πρόϐ:) Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων εἰς τὸν μείζονα κύκλον πολύγωνον ἰσοπλευρόντε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Πρότ: ῑζ. πρόβ:) Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύγωνον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Πρότ: ῑη. θεώρ:) Αἱ σφαίραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Τέλος τοῦ ῑϐ. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ῑγ. καὶ στερεῶν τρίτον.

Πρότ: ᾱ. θεώρημα.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμισείαν τῆς ὅλης: πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.

Πρότ: β̄. πρόϐ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμή-

μῆκος ἑαυτῆς τετράπλασιον δύνηται τῆς διπλασίας τὸ εἰρημένου τμήματος, ἄκρον, καὶ μέσον λόγον τεμνομένης: τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα τετράκις λαβὸν τῷ ἡμισείᾳ τοῦ μείζονος τμήματος: πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος τετραγώνου.

Πρότ: δ. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ: τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, τὰ συναμφότερα τετράγωνα: τριπλάσιά ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Πρότ: ε. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ τετμηθῇ, ἴση τῷ μείζονι τμήματι: ὅλη ἡ εὐθεῖα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα ἐστὶν ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

Πρότ: ς. θεώρ:) Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ἄλογος ἐστὶν ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐὰν τετραγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι ἤτοι αἱ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ

μὴ

μὴ καὶ τὸ ἐξῆς ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Πρότ: η. θεώρ:) Εαὶ πενταγώνου ἰσοπλεύρου, καὶ ἰσογωνίου τὰς καὶ τὸ ἐξῆς δύο γωνίας ὑποτείνουσιν εὐθεῖαι: ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ, τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Πρότ: θ. θεώρ:) Εαὶ ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ, καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστὶν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Πρότ: ι. θεώρ:) Εαὶ εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δυνάται, τήν τε τοῦ ἑξαγώνου, καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τὰ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Πρότ: ια. θεώρ:) Εαὶ εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ, ἄλογόν ἐστὶν ἡ καλουμένη ἔλασσων.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Εαὶ εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Πρότ: ιγ. πρόβ:) Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαῖρα στερλαβεῖν τῇ δοθείσῃ: καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Πρότ: ιδ. πρόβ:) Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαῖρα στερλαβεῖν ἢ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Πρότ: ιε. πρόβ:) Κύβον συστήσασθαι καὶ σφαῖρα στερλαβεῖν ἢ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Πρότ: ις. πρόβ:) Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαῖρα στερλαβεῖν ἢ καὶ τὰ προφημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογόν ἐστιν ἡ καλουμένη ἔλασσων.

Πρότ: ιζ. πρόβ:) Δωδεκάεδρον συστήσασθαι καὶ σφαῖρα περιλαβεῖν ἢ καὶ τὰ προφημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογόν ἐστιν ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Πρότ: ιη. πρόβ:) Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Τέλος τοῦ ιγ. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ιδ.

καὶ στερεῶν τέταρτον.

Πρότ: α. θεώρημα.

Ἡ ἀπὸ τ̃ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τ̃ πενταγώνου πλευρὰν τ̃ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου καθετος ἀγομένη, ἡμίσεια ἐστὶ σωαμφοτέρου, τ̃ τε ἐκ τ̃ κέντρου, καὶ τ̃ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Πρότ: β. θεώρ:) Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τε τ̃ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τ̃ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐὰν ἡ πενταγώνου ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλῳ περιέχηται, καὶ ἀπὸ τ̃ κέντρου καθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τ̃ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Πρότ: δ. θεώρ.) Τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἔσται ὡς ἡ τ̃ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια, πρὸς τὴν τ̃ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τ̃ κύβου πλευρὰ, πρὸς τὴν τ̃ εἰκοσαέδρου πλευράν.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ιε: καὶ σερεῶν πέμπτον.

Πρότ: α. θεώρημα.

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον, πυραμίδα ἐγγράψαι.

πρότ: β. θεώρ:) Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

πρότ: γ. θεώρ:) Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

πρότ: δ. θεώρ:) Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

πρότ: ε. θεώρ:) Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγράψαι.

Τέλος τοῦ ιε. στοιχείου.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΟΠΤΙΚΑ ΚΑΙ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΑ.

ΑΠΟΔΕΙΚΝΥΣ τὰ κατὰ τὴν ὄψιν παραμυθίας ἐκόμιζέ τινας, προσεπιλογιζόμενος ὅτι κατ' εὐθείας γραμμὰς πᾶν φῶς φέρεται: σημεῖον δὲ τούτου μέγιστον τάς τ' ἀπὸ τῶν σωμάτων ἀπορρίπτουμένας σκιὰς καὶ τὰς ἀπὸ τῶν θυρίδων καὶ ὀπῶν φερομένας αὐγὰς κομίζει. ἕκαστον δὲ τούτων οὐκ ἂν ἐγίνετο, καθάπερ νῦν θεωρεῖται γινόμενον, εἴπερ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ ἡλίου φερόμεναι ἀκτῖνες κατά τινας εὐθείας ἐφέροντο. ἐπί τε τῶν παρ' ἡμῖν πυρῶν τὰς ἀποστελλομένας ἔφασκεν αὐγὰς, αἰτίας εἶναι τοῦ τε φωτίζεσθαί τινα τῶν παρακειμένων σωμάτων, καὶ ἀπορρίπτειν σκιὰς, τὰς μὲν ἴσας τοῖς ὑποκειμένοις σώμασι, τὰς δὲ μείζονας, τὰς δὲ ἐλάσσονας τῶν ὑποκειμένων σωμάτων. Καὶ ἴσας μὲν ἀπορρίπτειν σκιὰς, ὅσα τοῖς φωτοῖς φωτίζουσί τε πυροῖς ἴσα ἐστὶ, τάς τ' ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων συμβαίνειν παραλλήλους γίνεσθαι, καὶ μὴ συνάπτουσας ἑαυτὰς, μειοῦν τὴν σκι-

ἀν, μήτε μὴν ἐξαπλουμένας αὔξειν, ἀλλ' οἷόν ἐστι τὸ ἐπιπροσθοῦν, τοιαύτην καὶ τῆς σκιὰς συμμετρίαν φυλάσσειν. Ελάσσονες δὲ αἱ τῶν σωμάτων σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ μείζονα ᾖ: τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας συμπίριειν ἑαυταῖς: διὸ δὴ καὶ μειοῦν τὰς σκιάς. Μείζους δὲ τῶν σωμάτων αἱ σκιαί εἰσιν, ὅταν τὰ φωτίζοντα πυρὰ ἐλάσσονα ᾖ. τὰς γὰρ ἐσχάτας ἀκτῖνας ἐπὶ τούτων ἐξαπλοῦσθαι συμβαίνει, καὶ μεῖζον τὸ σκιαζόμενον μέρος ἀποτελεῖν. οὐδέποτε δ' ἂν τοῦτο συμβαίνειν, εἰ μὴ αἱ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φερόμεναι ἀκτῖνες ἐπ' εὐθείας ἐφέροντο. Εκφανέστατα δὲ τούτων πάντων τοῦτο ἐπὶ τῶν κατασκευαστῶς γινομένων θεωρεῖσθαι συμβαίνει. Λύχνου γὰρ ὁπωσδηποτοῦν κειμένου εἰ προτεθείη τούτῳ πτυχίον ἐν τομὴν λεπτοῦ πριονίου, ὥστε καὶ τὴν ἐντομὴν κατὰ μέσον τοῦ λύχνου πίπτειν, τῷ δὲ πτυχίῳ τούτῳ κατὰ τὰ ἕτερα μέρη παρατεθείη πτυχίον ἔγγιον, ᾧ προσπεσεῖται ἡ αὐγὴ ἡ διὰ τῆς ἐντομῆς φερομένη, πάντως τὴν προσπίπτουσαν αὐγὴν τῷ πτυχίῳ, εὐθείαις γραμμαῖς περιεχομένην εὑρήσομεν, καὶ τὴν ἐπιζευγνύουσαν τό, τε μέσον τοῦ λύχνου, καὶ τὴν

ἐντο-

ἐντομὴν τοῦ πτυχίου κατὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν οὖσαν. Εναργοῦς οὖν ὄντος τοῦ, ὅτι πᾶν φῶς κατ' εὐθεῖαν γραμμὴν φέρεται, καὶ πᾶσι προδήλου, μεταβαίνων ἐπὶ τὴν ὄψιν, ἠξίου, καὶ τὰς ἀπ' αὐτῆς ἐκχεομένας ἀκτῖνας ὁμολογεῖν κατ' εὐθεῖας φέρεσθαι γραμμὰς, καὶ ταύτας ἐν διαστήματι. Καὶ διὰ τοῦτο μηδὲ τὰ ὁρώμενα ἅμα ὅλα ὁρᾶσθαι, ὑπόμνησιν φέρων τοιαύτην. πολλάκις γὰρ βελόνης, ἤ τινος τοιούτου ἑτέρου σωματίου ἐκριφέντος εἰς τὸ ἔδαφος, φιλοτιμότερόν τινες προσεκάθισαν τῇ ζητήσει: καὶ τὸν αὐτὸν τρόπον πολλάκις ἐμάτευσαν, οὐδενὸς ἐπιπροσθοῦντος τῷ ζητουμένῳ σωματίῳ: εἶτα μέντοι γε ὕστερον ἐπιβάλλοντες τὴν ὄψιν τῷ τόπῳ, ἐν ᾧπερ ἦν τὸ σωμάτιον, εἶδον τὴν βελόνην. δῆλον ὡς ὅτε οὐχ ἑωρᾶτο τὸ ἐξερριμένον, οὐδὲ ὁ τόπος, ἐν ᾧ ἦν, ἑωρᾶτο. ὥστε τοῦ ὑπὸ τὴν ὄψιν τοῦ ζητοῦντος κειμένον τόπου, μὴ ἅπαντα τὰ μέρη θεωρεῖσθαι. εἰ γὰρ ἐθεωρεῖτο, καὶ τὸ ζητούμενον ἂν ἑωρᾶτο: οὐχ ἑωρᾶτο δέ. ἐπί τε τῶν ἀτενιζόντων τοῖς βιβλίοις συνιστάμενος, ἔφασκε μηδὲ τούτους ἂν δύνασθαι πάντα τὰ ἐν τῇ σελίδι γράμματα ὁρᾶν. πολλὰ γοῦν ἀ-

ναγκα-

ναγκαζομένους δεῖξαι τῶν σπανίως γραφομέ-
μενων γραμμάτων, μὴ δυνάσθαι δεῖξαι, διὰ τὸ
μὴ πρὸς πάντα τὰ γραμματα τὰς ὄψεις φέ-
ρεσθαι, ἀλλ' ἐκ διαστημάτων ταύτας ὑπάρχειν,
καὶ πολλὰ τῶν κατατεταγμένων μὴ θεωρεῖν.
Ὥστε ἐκ τούτου φανερόν ἐστι, διότι οὐδ' ὁ τόπος τῆς
σελίδος ὅλος ὁραθήσεται. Καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων
θεαμάτων τὸ αὐτὸ συμβαίνει. ὥστε οὐχ ὁρα-
θήσεται ἅμα ὅλα τὰ ὁρώμενα. δοκεῖ δ' ὁρᾶσθαι
διὰ τὸ κινεῖσθαι τὰς ὄψεις ὑπερβολῇ τάχους
μηδὲν ἀπολειπούσας, τοῦτ' ἔστι κατὰ συνέχειαν
παραφερομένας καὶ μὴ ἀλλοιομένας. πρὸς δὲ τὸ
τῇ ὄψει προσπίπτειν τι εἴδωλον ἀπὸ τοῦ ὁρω-
μένου εἰς κινεῖσθαι αὐτὴν πρὸς τὸ καταλαβεῖν
τὸ ὁρώμενον, ἔφερεν αἰτίαν τοιαύτην. καὶ γὰρ
ἐπὶ τοῦ ζητουμένου σώματος καὶ τοῦ τῷ βιβλίῳ
ἀτενίζοντος, ἀπορίαν κομίζων ἔλεγεν. εἰ ἦν
κατ' εἰδώλων ἔμπτωσιν τὸ ὁρατικὸν πάθος,
καὶ ἀπὸ παντὸς διηνεκῶς εἴδωλα ἀπέρ-
ρει, ἃ κινεῖ ἡμῶν τὴν αἴσθησιν, τίς ἡ αἰτία γί-
νεται, δι' ἣν οὐχ ὁρᾷ ὅ, τε ζητῶν τὴν βελόνην,
καὶ ὁ τῷ βιβλίῳ ἀτενίζων, πάντα τὰ γράμ-
ματα; πότερόν ποτε διὰ τὸ μετεωρίζεσθαι τῇ
διανοίᾳ; ἀλλὰ οὐδὲν ἧττον ἐπιλογιζόμενοι

ζητοῦσι

ζητοῦσι, καὶ ὁλοσχερῶς οὐχ εὑρίσκουσι. πολλάκις δὲ ὁμιλοῦντες ἀλλήλοις, καὶ περισπώμενοι τῇ διανοίᾳ εὑρίσκουσι θᾶττον. Ἀλλ' οὐ πάντα τὰ εἴδωλα εἰσκρίνεται εἰς τὴν ὅρασιν. Καὶ τὶς αἰτία τοῦ ἀποκλείεσθαι τὰ μὴ εἰσκρινόμενα; Καὶ μὴν τὴν φύσιν ἔφασκε κατὰ τὰ ζῶα τὰ μὲν τῶν αἰσθητηρίων πρὸς ὑποδοχὴν ἔθετα κατεσκεακέναι, τὰ δὲ μή. Ἀκοὴν μὲν γὰρ καὶ γεῦσιν, κοῖλα κατεσκεύακεν ἐντὸς, ὡς ἔξωθεν αὐταῖς προσπίπτειν σώματα κινήσοντα τὰς αἰσθήσεις ταύτας. Ἀκοῇ μὲν γὰρ φωνὴ προσπίπτουσα, τόπον ἐπιτήδειον ὤφειλεν εὑρίσκειν πρὸς τὸ ἀναμεῖναι, καὶ μὴ κατὰ τὴν πρόσπτωσιν εὐθέως ἀποπαλθεῖσαν, τήν τ' αἴσθησιν ἀκίνητον διαφυλάττειν, καὶ τὴν ἐπιφερομένην συγχέαι φωνήν. ὁμοίως δὲ καὶ ὄσφρησιν. ἐπὶ μὲν γὰρ γεύσεως τὶ δεῖ καὶ λέγειν; διὸ καὶ μάλιστά πως αὐταὶ αἱ αἰσθήσεις κοῖλαί τε καὶ ἀντροειδεῖς κατεσκευάσθησαν πρὸς τὸ ἐμμένειν τὰ προσπίπτοντα σώματα πλείονα χρόνον. Καὶ ἐπὶ τῆς ὁράσεως οὖν, εἴπερ ἔξωθεν αὐτῇ προσέπιπτε τὰ κινήσοντα αὐτὴν σώματα, καὶ μὴ αὐτὴ ἐξαπέστελλέ τι ἀφ' ἑαυτῆς, ἔδει τὴν κατασκευὴν

αὐτῆς

τι ἀφ' ἑαυτῆς, ἔδει τῷ καθαστικῷ ἀυτῆς κινήσεως τε καὶ ἄθετον πρὸς ὑποδοχὴν τῶν πολυγώνων σωμάτων εἶναι, νυνὶ δὲ θεωρεῖται τοῦτο μὴ οὕτως ἔχον, ἀλλὰ μᾶλλον σφαιροειδὴς οὖσα θεωρεῖται ἡ ὄρασις. πρὸς οὖν τὸ πιθανὸν εἶναι καθὰ τὸ παρὸν, τὸ ἀκτῖνας εἶναι τὰς ἐκχεομένας, καὶ κινούσας τὸ ἐρεθιστικὸν πάθος, ἀρκούντως ἐχόντως εἰρῆσθαι. Πρὸς δὲ τὸ τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς ὄψεσι κειμένας περιφερείας, εὐθείας φαίνεσθαι, ἔλεγε τάδε. Διότι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένη ὄψις ὡπισοῦν θεωρητῷ, τοιαύτη ἐστὶν, ὥστε μήτε ὑψηλοτέρα εἶναι τοῦ θεωρουμένου, μήτε ταπεινοτέρα: τὸ γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κεῖσθαι, τοῦτ' ἔστιν: Εἰ οὖν οὔτε ταπεινοτέρα, οὔτε ὑψηλοτέρα ἐστὶν ἡ ὄψις, τῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένης περιφερείας, οὐχὶ τοῖς μὲν τοῖς μέρεσιν ὑψηλοτέρας προσβάλλει ἀκτῖνας, τοῖς δὲ ταπεινοτέρας, ἀλλὰ πᾶσι τοῖς μέρεσι τῆς περιφερείας ἴσους τοὺς διὰ τοῦ ἐπιπέδου φερομένας ἀκτῖνας προσβάλλει, ὥστε τῷ αὐτῷ γίνεσθαι αἰτίαν, τό τε ἐπίπεδον εὐθείας φαντασίαν ἀπολιπεῖν, καὶ τὸν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ γεγραμμένῳ περιφέρειαν:

αν. Καὶ γὰρ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κείμενον τῇ ὄψει, αὐτὸ μὲν ἀθεώρητόν ἐστι, διὰ τὸ μὴ προσπίπτειν αὐτῷ μηδεμίαν τ' ἀπὸ τῆς ὄψεως ἐκχεομένων ἀκτίνων: τὸ δὲ πέρας αὐτοῦ θεωρεῖται, ὅπερ ἐστὶν ἡ γραμμή. λέγω δὲ, διὰ τὸ τὰς προσπιπτούσας τῇ ὄψει μόνην γραμμὴν, ἢ πᾶσι τοῖς ἐπιπέδοις μέσην ἐπιπροσθοῦσα, ἀθεώρητον ποιεῖ τὸ ἐπίπεδον. ἡ δὲ αὐτὴ αἰτία ἡ περὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπ' εὐθείας κειμένου τῷ ὄμματι. ποιεῖ εὐθείας ἀποδιδόναι φαντασίαν, καὶ τῶν προσφερεστάτων τῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κειμένων τῷ ὄμματι, φαίνεσθαι δὴ τὸ μὲν μεῖζον, ὅταν πλείονες ὄψεις ἐπιβάλλωσι: τὸ δ' ἴσον, ὅταν ἴσαι: τὸ δὲ ἔλασσον, ὅταν ἐλάττονες γίνονται τ' ὄψεων, οἷον γωνίαι τινὲς πρὸς τῷ ὄμματι.

α. Τοιγαροῦν τὰς ἀπὸ τοῦ ὄμματος ὄψεις, καθ' εὐθείας γραμμὰς φέρεσθαι, διάστημά τι ποιούσας ἀπ' ἀλλήλων.

β. Καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τ' ὄψεων περιεχόμενον σχῆμα, εἶναι κῶνον, τὴν κορυφὴν μὲν ἔχοντα πρὸς τῷ ὄμματι, τὴν δὲ βάσιν πρὸς τοῖς πέρασι τῶν ὁρωμένων.

γ. Καὶ ὁρᾶσθαι μὲν ταῦτα πρὸς ἃ ἂν αἱ ὄψεις προσπίπτωσι.

δ. Μὴ ὁρᾶσθαι δὲ ποῖς ἃ ἂν μὴ ποσαπλάσιον αἱ ὄψεις.

ε. Καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μείζονος γωνίας ὁρώμενα μείζονα φαίνεσθαι.

ς. Τὰ δ' ὑπὸ ἐλάσσονος, ἐλάσσονα.

ζ. Ἴσα δὲ, τὰ ὑπὸ ἴσων γωνιῶν ὁρώμενα.

η. Καὶ τὰ μὲν ὑπὸ μετεωροτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα, μετεωρότερα φαίνεσθαι.

θ. Τὰ δὲ ὑπὸ ταπεινοτέρων, ταπεινότερα.

ι. Καὶ ὁμοίως τὰ μὲν ὑπὸ δεξιοτέρων ἀκτίνων ὁρώμενα, δεξιότερα φαίνεσθαι.

ια. Τὰ δὲ ὑπὸ ἀριστεροτέρων, ἀριστερότερα.

ιβ. Τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων γωνιῶν ὁρώμενα, ἀκριβέστερον φαίνεσθαι.

Ταῦτα μὲν οὖν ὑποκείσθω ἡμῖν, ἐξ ὧν τὰ ἑξῆς θεωρήματα δειχθήσεται.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. θεωρ:) Οὐδὲν τῶν ὁρωμένων, ἅμα ὅλον ὁρᾶται.

Πρότ: β. θεωρ:) Τῶν ἴσων μεγεθῶν ἐν διαστήματι κειμένων, τὰ ἔγγιον κείμενα, ἀκριβέστερον ὁρᾶται.

Πρότ:

Πρότ: γ̄. θεώρ:) Εκαστον τῶν ὁρωμένων, ἔχει τι μῆκος ἀποστήματος, οὗ γενομένου οὐκ ἔτι ὁρᾶται.

Πρότ: δ̄. θεώρ:) Τῶν ἴσων διαστημάτων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων, τὰ ἐκ πλείονος ἀποστήματος ὁρώμενα, ἐλάττω φαίνεται.

Πρότ: ε̄. θεώρ:) Τὰ ἴσα μεγέθη, ἄνισον διεστηκότα, ἄνισα φαίνεται, καὶ μεῖζον ἀεὶ τὸ ἔγγιον τοῦ ὄμματος κείμενον.

Πρότ: ϛ̄. θεώρ:) Τὰ παράλληλα τῶν διαστημάτων ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα: ἀνισοπλατῆ φαίνεται.

Πρότ: ζ̄. θεώρ:) Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἴσα ὄντα μεγέθη, πορρωτέρω ἀλλήλων τεθέντα, ἄνισα φαίνεται.

Πρότ: η̄. θεώρ:) Τὰ ἴσα μεγέθη ἄνισον διεστηκότα, οὐκ ἀναλόγως τοῖς ἀποστήμασιν ὁρᾶται.

Πρότ: θ̄. θεώρ:) Τὰ ὀρθογώνια μεγέθη ἐξ ἀποστήματος ὁρώμενα: περιφερῆ φαίνεται.

Πρότ: ῑ. θεώρ:) Τῶν κάτω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων τὰ πόρρω: μετεωρότερα φαίνεται.

Πρότ: ιᾱ. θεώρ:) Τῶν ἄνω τοῦ ὄμματος κειμένων ἐπιπέδων: τὰ πόρρρω, ταπεινότερα φαίνεται.

Πρότ: ιβ. θεώρ:) Τῶν εἰς τοὔμπροσθεν μῆκος ἐχόντων, τὰ μὲν ἐν τοῖς δεξιοῖς, εἰς τὰ ἀριστερὰ δοκεῖ παρῆχθαι, τὰ δ' ἐν τοῖς ἀριστεροῖς εἰς τὰ δεξιά.

Πρότ: ιγ. θεώρ.) Τῶν ἴσων μεγεθῶν ὑπὸ τὸ ὄμμα κειμένων, τὰ πόῤῥω κείμενα, μετεωρότερα φαίνεται.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Των ἴσων μεγεθῶν ἄνω τοῦ ὄμματος κειμένων, τὰ πόῤῥω κείμενα, ταπεινότερα φαίνεται.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Οσα ἀλλήλων ὑπερέχει τῶν ὑπὸ τὸ ὄμμα κειμένων, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος, μείζονι τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται μεῖζον, ἀπιόντος δὲ, ἐλάττονι μεῖζον.

Πρότ: ις. θεώρ:) Οσα ἀλλήλων ὑπερέχει κάτω τοῦ ὄμματος κειμένου, προσιόντος μὲν τοῦ ὄμματος, ἐλάσσονοι μεῖζον τὸ ὑπερφαινόμενον φαίνεται, ἀπιόντος δὲ, μείζονι μεῖζον.

Πρότ: ιζ: θεώρ:) Οσα ἀλλήλων ὑπερέχει τοῦ ὄμματος ἐπ' εὐθείας τῷ ἐλάσσονι μεγέθει ὄντος, προσιόντος τε καὶ ἀφισαμένου τοῦ ὄμματος τῷ ἴσῳ ἀεὶ δόξει τὸ ὑπερφαινόμενον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι πόσον ἐστίν.

Πρότ:

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Μὴ ὄντος ἡλίου, τὸ δοθὲν ὕψος γνῶναι ἡλίκον ἐστίν.

Πρότ: κ. θεώρ:) Τὸ δοθὲν βάθος ἐπιγνῶναι πηλίκον ἐστίν.

Πρότ: κα. θεώρ:) Τὸ δοθὲν μῆκος ἐπιγνῶναι πηλήκον ἐστίν.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Ἐαὶ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ καὶ ὄμμα, κύκλου περιφέρεια τεθῇ, εὐθεῖα γραμμὴ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια φανεῖται.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Σφαίρας ὁπωσοῦν ὁρωμένης ὑπὸ τοῦ ἑνὸς ὄμματος, ἔλαττον ἀεὶ τοῦ ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται. αὐτὸ γὰρ τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας, ὑπὸ κύκλου περιεχόμενον φαίνεται:

Πρότ: κδ. θεώρ:) Τοῦ ὄμματος πορρωτέρω τοῦ ἐγγίον τῆς σφαίρας, ἔλαττον ἔσται τὸ ὁρώμενον, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι:

Πρότ: κε. θεώρ:) Σφαῖρα ἐκ παντὸς σχήματος ὁρωμένη, κύκλος φαίνεται.

Πρότ: κς. θεώρ:) Σφαίρας διὰ τῶν δύο ὀμμάτων ὁρωμένης, ἐὰν ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας ἴση ᾖ τῇ εὐθείᾳ τῇ διεζευγμένῃ ἀπὸ τῶν ὀμμάτων, ἡμισφαίριον αὐτῆς ὀφθήσεται.

Πρότ: κζ. θεώρ:) Ἐαὶ τὸ τῶν ὀμμάτων διά-

σημα μεῖζον ἢ τῆς Δ διαμέτρου τ σφαίρας, ἡμισφαιρίου μεῖζου τὸ ὁρώμενον τῆς σφαίρας ὀφθήσεται.

Πρότ: κη. θεώρ:) Ἐαν τὸ τῶν ὀμμάτων διάστημα ἔλασσον ἢ τῆς Δ διαμέτρου τ σφαίρας, τὸ ὁρώμενον τ σφαίρας, ἔλασσον ἡμισφαιρίου ὀφθήσεται.

Πρότ: κθ. θεώρ:) Κυλίνδρου ὁπωσοῦν ὁρωμένου ὑφ' ἑνὸς ὄμματος, ἔλαττον ἡμικυλίνδρου ὀφθήσεται.

Πρότ: λ. θεώρ:) Τοῦ δὲ ὄμματος ἔγκιον τεθέντος τοῦ κυλίνδρου, ἔλασσον μὲν ἔσται τὸ ὠφειλαμβάνομενον ὑπὸ τῶν ὄψεων, τοῦ κυλίνδρου, δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

Πρότ: λα. θεώρ:) Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν ὑπὸ τοῦ ἑνὸς ὄμματος ὁρωμένου, ἔλασσον ἡμικωνίου ὀφθήσεται.

Πρότ: λβ. θεώρ:) Τοῦ δὲ ὄμματος ἔγκιον μεταθέντος ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἔλασσον μὲν ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ὄψεων ὠφειλαμβανόμενον μέρος: δόξει δὲ μεῖζον ὁρᾶσθαι.

Πρότ: λγ. θεώρ:) Κώνου κύκλον ἔχοντος τὴν βάσιν, ἐαν ἀπὸ τῶν συναφῶν τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὴν τοῦ κώνου βάσιν προσπι-

πτουσῶν

πλευρῶν ἀκλίνων: εὐθεῖαι διαχθῶσι διὰ τῆς ὑπιφανείας τῆς τοῦ κώνου πρὸς τῷ κορυφῇ αὐτοῦ. διὰ δὲ τῶν ἀχθεισῶν, καὶ τῶν ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τῷ βάσιν τοῦ κώνου περιπιπτουσῶν ὑπίπεδα ἐκβληθῇ, ὑπὸ δὲ δὲ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ὑπιπέδων τὸ ὄμμα τεθῇ: τὸ ὁρώμενον τοῦ κώνου ἴσον διαπαντὸς ὀφθήσεται.

Πρότ: λδ. θεώρ:) Ἴσον δὲ ἀεὶ τοῦ ὄμματος ἀπὸ τοῦ κώνου ἀπεχόντος, μείζονος μὲν τοῦ ὄμματος τεθέντος, ἐλάσσον φανεῖται τοῦ κώνου τὸ ὁρώμενον, παρὰ νοτέρου δὲ, μεῖζον.

Πρότ: λε. θεώρ:) Ἐν κύκλῳ ἐὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς τῇ ἀχθῇ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ὑπὸ δὲ ταύτης τεθῇ τὸ ὄμμα, ἴσαι αἱ διάμετροι τοῦ κύκλου φαίνονται.

Πρότ: λς. θεώρ:) Καὶ ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀναχθεῖσα, μὴ πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἴση δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἴσαι αἱ διάμετροι φανήσονται.

Πρότ: λζ. θεώρ:) Ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον περιπίπτουσα τοῦ κύκλου, μήτε πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ τοῦ κύκλου ὑπιπέδῳ, μήτε ἴση ᾖ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, μήτε ἴσας γωνίας περιέχουσα μετὰ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου, μείζων δὲ

ἡ ἐλάσσων τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φανοῦνται.

Προλαμβανόμενα εἰς τούτων ἀπόδειξιν.

Εαὐ ἀπὸ μείζονος ὄμματος πρὸς κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, ἡ μὲν πρὸς τὸ κέντρον μὴ πρὸς ὀρθὰς τῇ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, ἡ δὲ κάθετος οὖσα τῷ ἐπιπέδῳ: καὶ ἀπὸ τοῦ σημείου, εἰς ὃ πίπτει ἡ κάθετος, εἰς τὸ κέντρον ἀχθῇ εὐθεῖά τις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπό τε τῆς ἀπὸ τοῦ σημείου εἰς τὸ κέντρον, καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ ὄμματος εἰς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη ἐστὶ γωνιῶν ἁπασῶν περιεχομένων ὑπό τε τῆς ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον, καὶ τῶν διὰ τοῦ κέντρου διαγομένων εὐθέων.

πρότ. λη. Εαὐ ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον προσπίπτουσα, καὶ ἀνίσους γωνίας περιέχουσα μετὰ διαφόρων διαμέτρων μὴ πρὸς ὀρθὰς ἧ τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ, μείζων δὲ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἄνισοι αἱ διάμετροι φανήσονται, καὶ μείζων ἐφ' ἣν ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος πρὸς τὸ κέντρον, ἐστὶ κάθετος.

Πρότ.

πρότ. λθ. θεώρ.) Μὴ ἔστω δὴ μείζων ἡ ἀπὸ τοῦ ὄμματος ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιζευγνυμένη, τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, ἀλλ' ἐλάσσων. ἔσται δὴ καὶ τὰς διαμέτρους τοῦ ἀναλήμματος· ἡ γὰρ τότε μείζων τῶν διαμέτρων, νῦν ἐλάττων φανήσεται. ἡ δὲ ἐλάττων, μείζων.

πρότ. μ. θεώρ.) Τῶν ἁρμάτων οἱ τροχοὶ, ὅτε μὲν κυκλοειδεῖς, ὅτε δὲ παραλλασσόμενοι φανοῦνται.

πρότ. μα. θεώρ.) Εαν μέγεθός τι πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ μετέωρον, τεθῇ δὲ τὸ ὄμμα ἐπί τι σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου, καὶ μεθισταται τὸ ὁρώμενον ἀπὸ κύκλου περιφερείας, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φανήσεται.

πρότ. μβ. θεώρ.) Εαν δὲ τὸ ὁρώμενον πρὸς ὀρθὰς ᾖ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθιστάται δὲ τὸ ὄμμα ἐπὶ κύκλου περιφερείας, κέντρον ἔχοντες τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλεται τὸ μέγεθος τῷ ἐπιπέδῳ, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φανήσεται.

πρότ. μγ. θεώρ.) Εαν δὲ τὸ ὁρώμενον μέ-

γεθος μὴ πρὸς ὀρθὰς ἢ τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μεθισῆται δὲ τὸ ὁρώμενον ἐπὶ κύκλου περιφερείας, ἄνισον ἀεὶ ὀφθήσεται.

Πρότ: μδ. θεώρ:) Ἐστι τὶς τόπος, οὗ τὸ ὄμμα τὸ μένον, τὸ δὲ ὁρωμένου μεθισαμένου, ἴσον ἀεὶ τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

Πρότ: με. θεώρ:) Ἐστι τὶς τόπος, οὗ ὄμματος μεθισαμένου, τὸ δὲ ὁρωμένου μένοντος, ἀεὶ ἴσον τὸ ὁρώμενον φαίνεται.

Πρότ: μς. θεώρ:) Ἐστι τὶς τόπος, ἐν τῷ ὄμματος μεθισαμένου, τὸ δὲ ὁρωμένου μένοντος, ἄνισον τὸ ὁρώμενον φανεῖται.

Πρότ: μζ. θεώρ;) Τὸ δὲ αὐτὸ συμβήσεται, κἂν παράλληλος ἡ γραμμὴ τῷ ὁρωμένῳ μεγέθει, ἐφ' ἧς τὸ ὄμμα μεθίσεται.

Πρότ: μη. θεώρ:) Ἐστι τὶς τόπος κωνὸς, ἐν ᾧ τὰ ἴσα μεγέθη, ἄνισα φαίνεται.

Πρότ: μθ. θεώρ:) Ἐστι τὶς τόπος κωνὸς, ἀφ' οὗ ἄνισα μεγέθη, ἴσα φαίνεται.

Πρότ: ν. θεώρ:) Εἰσί τινες τόποι, ἐν οἷς τὰ ἄνισα μεγέθη δύο εἰς ταυτὸ συντεθέντα, ἴσα ἑκατέρῳ τῶν ἀνίσων φαίνεται.

Πρότ: να. θεώρ:) Εὑρεῖν τόπους, ἀφ' ὧν τὸ ἴσον μέγεθος ἥμισυ φανεῖται, ἢ τέταρτον μέρος.

ρ@, καὶ καθόλε ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ ἡ γωνία τέμνεται.

Πρότ: ν̄β. θεώρ:) Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων, καὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας ὄντων, πλησίον πρὸς τὸ ὄμμα, τὸ πλατύτερον προηγεῖσθαι δόξει. παραλλαξάντων δὲ, τὸ μὲν προηγούμενον ἐπακολουθεῖν, τὸ δὲ ἐπακολουθοῦν προηγεῖσθαι δόξει.

Πρότ: ν̄γ. θεώρ:) Εαὶ πινῶν φερομένων πλειόνων ἀνίσῳ τάχει, συμπαραφέρηται ἐπὶ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ὄμμα, τὰ μὲν τῷ ὄμματι ἰσοταχῶς φερόμενα ἐστάναι δόξει, τὰ δὲ βραδύτερον εἰς τὐναντίον φέρεσθαι: τὰ δὲ θᾶττον εἰς τὰ προηγούμενα.

Πρότ: ν̄δ. θεώρ:) Εαὶ πινῶν φερομένων διαφέρηταί τι μὴ φερόμενον, δόξει τὸ μὴ φερόμενον εἰς τὐναντίον φέρεσθαι.

Πρότ: ν̄ε. θεώρ:) Τῷ ὄμματι@ ἔγγιον ὂ ὁρωμένου προσιόντος, δόξει τὸ ὁρώμενον ἠυξῆσθαι.

Πρότ: ν̄ς. θεώρ:) Τῶν ἴσῳ τάχει φερομένων, τὰ πόῤῥω, δοκεῖ βραδύτερον φέρεσθαι.

Πρότ: ν̄ζ. θεώρ:) Τῷ ὄμματι@ παραφερομένου, τὰ πόῤῥω τῶν ὁρωμένων, καταλείπεσθαι δόξει.

πρότ: ῑνη. θεώρ:) Τὰ αὐξανόμενα τῶν μεγεθῶν, ἔγκλιον δοκεῖ τῷ ὄμματι προσπίπτειν.

πρότ: ῑηθ. θεώρ:) Οσα μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ κεῖται μὴ παράλληλα κείμενα, τῶν ἄκρων μὴ παράλληλα κειμένων, μηδὲ τῶν μέσων ἐπ' εὐθείας ὄντων, τὸ ὅλον σχῆμα ὅτε μὲν κοῖλον, ὅτε δὲ κυρτὸν ποιεῖ.

πρότ: ξ. θεώρ:) Τετραγώνου ὑπ' ἀρχοντος, ἐὰν ἀπὸ τῆς ζωναφῆς τῶν ὀμμάτων πρὸς ὀρθὰς τις ἀναχθῇ τῷ τοῦ τετραγώνου ἐπιπέδῳ, ἐπὶ δὲ αὐτῆ τεθῇ τὸ ὄμμα, αἵ τε πλευραὶ τοῦ τετραγώνου καὶ αἱ ὀφθαλμιαῖοι, ἴσαι φανοῦνται.

πρότ: ξα. θεώρ:) Τῆς δὲ ἀπὸ τῶν ὀμμάτων ἐπὶ τὴν ζωναφὴν τῶν ὀφθαλμῶν, μὴ πρὸς ὀρθὰς οὔσης τῷ τοῦ τετραγώνου ἐπιπέδῳ, μήτε ἴσης ἑκατέρα τῶν ἀπὸ τῆς ζωναφῆς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ τετραγώνου ἀγομένων, μήτε ἴσας γωνίας περιεχούσης μετ' αὐτῶν, αἱ ὀφθαλμιαῖοι, ἄνισοι φανοῦνται.

Τῶν Εὐκλείδου ὀπτικῶν
τέλος.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΚΑΤΟΠΤΡΙΚΑ.

ΟΨΙΝ εἶναι εὐθεῖαν ὑποκείσθω, ἧς τὰ μέσα πάντα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ.

ϛ. Τὰ ὁρώμενα ἅπαντα κατ' εὐθεῖαν ὁρᾶσθαι.

ζ. Ἐνόπτρου τεθέντος ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ θεωρουμένου τινὸς ὕψους, ὁ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τῷ ἐπιπέδῳ, γίνονται ἀνάλογον, ὡς ἡ μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου καὶ τοῦ θεωροῦντος εὐθεῖα, πρὸς τὴν μεταξὺ τοῦ ἐνόπτρου, καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ ὀρθὰς ὕψους ἕστῶτος θεωροῦντος ὕψους πρὸς τὸ πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ ὕψος.

η. Ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τόπου κοίλη φθέντος, ἐφ' ὃν ἡ κάθετος πίπτει ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου, ἀκέπι ὁρᾶται τὸ ὁρώμενον.

θ. Καὶ ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις καταληφθέντος τοῦ τόπου, δι' οὗ ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον ἄγεται τῆς σφαίρας, ἀκέπι ὁρᾶται τὸ ὁρώμενον.

ι. Τὸ δ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ ἐν τοῖς κοίλοις.

ια. Ἐὰν εἰς ἀγγεῖον ἐμβληθῇ τι, καὶ λάβῃ ἀπόσημα, ὡς μηκέτι ὁρᾶσθαι τοῦ αὐτοῦ ἀπὸ σήματος ὄντος, ἐὰν ὕδωρ ἐγχυθῇ, ὀφθήσεται τὸ ἐμβληθέν.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α̅. θεώρ:) Ἀπὸ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν, καὶ κοίλων, αἱ ὄψεις ἐν ἴσαις γωνίαις ἀνακλῶνται.

Πρότ: β̅. θεώρ:) Πρὸς ὁποῖον ἂν τῶν ἐνόπτρων προσπέσῃ ὄψις, ἴσας ποιοῦσα γωνίας, αὐτὴ δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται.

Πρότ: γ̅. θεώρ:) Πρὸς ὁποῖον ἂν τῶν ἐνόπτρων προσπίπτουσα ὄψις ἀνίσας ποιῇ γωνίας, οὔτε δι' ἑαυτῆς ἀνακλασθήσεται, οὔτε ἐπὶ τῆς ἐλάσσονος γωνίας.

Πρότ: δ̅. θεώρ:) Αἱ ὄψεις ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων ἐνόπτρων καὶ κυρτῶν ἀνακλώμεναι, οὔτε συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, οὔτε παράλληλοι ἔσονται.

Πρότ: ε̅. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἂν ἐπὶ τὸ κέντρον, ἢ ἐπὶ τῆς περιφερείας, ἢ ἐκ τὸς τῆς περιφερείας θῇς ὄμμα, τοῦτ' ἔστι μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας αἱ ὄψεις ἀνακλώμεναι συμπεσοῦνται.

Πρότ: ϛ̅. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἀνὰ μέσον τοῦ κέντρου καὶ τῆς περιφερείας θῇς τὸ ὄμμα, ὅτε μὲν συμπεσοῦνται αἱ ὄ-

ψεις

ψεις ἀνακλώμεναι, ὅτε δὲ οὐ συμπεσοῦσαι.

Πρὸτ: ζ. θεώρ:) Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν, ὀπιπέδων ἐνόπτρων ἀνεσραμμένα φαίνεται.

Πρότ: η. θεώρ:) Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τ κυρτῶν ἐνόπτρων, ἀνεσραμένα φαίνεται.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν ὀπιπέδων ἐνόπτρων, ὡς τῇ ἀληθείᾳ ἔχει, ἕτω καὶ φαίνεται.

Πρότ: ι. θεώρ:) Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κυρτῶν ἐνόπτρων, καθάπερ ἐστὶν ἀληθῶς, καὶ φαίνεται.

Πρότ: ια. θεώρ:) Τὰ ὕψη καὶ τὰ βάθη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μὲν ἐστὶν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως τῶν ὄψεων, ἀνεσραμμένα φαίνεται, καθάπερ ἐν τοῖς ὀπιπέδοις καὶ κυρτοῖς ἐνόπτροις. ὅσα δὲ ἐστὶν ἐκτὸς τῆς συμπτώσεως, καθάπερ ἐστὶν, καὶ φαίνεται.

πρότ: ιβ. θεώρ:) Τὰ πλάγια μήκη ἀπὸ τῶν κοίλων ἐνόπτρων, ὅσα μὲν ἐντὸς τῆς συμπτώσεως κεῖται τῶν ὄψεων, καθάπερ ἐστὶν, ἕτω καὶ φαίνεται, ὅσα δὲ ἐκτὸς, ἀνεσραμμένα.

πρότ: ιγ. θεώρ:) Δυνατόν ἐστι διὰ πολεμόνων ἐνόπτρων ἐπιπέδων, ἰδεῖν τὸ αὐτὸ.

πρότ:

Πρότ: ιδ. Θεώρ:) Εστὶ δὲ καὶ δι' ὅσων αὖ πὶς ἐπιπέδων ἐνόπτρων ἐπιπέδων, ἰδεῖν τὸ αὐτό. δεῖ δὲ καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐνόπτρων, πολυγώνιον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον συνίστασθαι, δυσὶ πλείοις ἔχον πλευρὰς τῶν ἐνόπτρων.

Πρότ: ιε. Θεώρ:) Εστι δὲ καὶ διὰ κυρτῶν, καὶ διὰ κοίλων ἰδεῖν τὸ αὐτό.

Πρότ: ις. Θεώρ:) Εν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὁρωμένων, κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου κάθετον ὁρᾶται.

Πρότ: ιζ. Θεώρ:) Εν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὁρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται.

Πρότ: ιη. Θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἕκαστον τῶν ὁρωμένων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁρωμένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἀγομένην εὐθεῖαν ὁρᾶται.

Πρότ: ιθ. Θεώρ:) Εν τοῖς ἐπιπέδοις ἐνόπτροις τὰ δεξιὰ, ἀριστερὰ φαίνεται· καὶ τὰ ἀριστερὰ, δεξιά. καὶ τὸ εἴδωλον ἴσον τῷ ὁρωμένῳ. καὶ τὸ ἀπόσημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἐνόπτρου ἴσον ἐστίν.

Πρότ: κ. Θεώρ:) Εν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ ἀριστερὰ, δεξιὰ φαίνεται, καὶ τὰ δεξιὰ, ἀριστε-

δεξιερά. καὶ τὸ ἀπόσημα τοῦ ἐνόπτρου τὸ εἴδωλον, ἐλάσσον ἔχει.

Πρότ: κα. θεώρ:) Ἐν κυρτοῖς ἐνόπτροις τὸ εἴδωλον, ἐλάσσον ἐστὶ τοῦ ὁρωμένου.

Πρότ: κβ. θεώρ:) Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις ἀπὸ τῶν ἐλασσόνων ἐνόπτρων, ἐλάσσονα φαίνεται τὰ εἴδωλα.

Πρότ: κγ. θεώρ:) Ἐν τοῖς κυρτοῖς ἐνόπτροις τὰ εἴδωλα, κυρτὰ φαίνεται.

Πρότ: κδ. θεώρ:) Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ὀπίσω τοῦ κέντρου τὸ ὄμμα τεθῇ, ταυτὸ μόνον φαίνεται τὸ ὄμμα.

Πρότ: κε. θεώρ:) Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τῆς σφαιρείας θῇς τὸ ὄμμα, ἢ ἔξω τῆς σφαιρείας, ὃ φαίνεται τὸ ὄμμα.

Πρότ: κς. θεώρ:) Ἐν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν ἐκβαλῶν διάμετρον τῆς σφαίρας ἐπὶ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἀναγαγῇς, καὶ εἰς τὸ ἕτερον μέρος θῇς τὸ ὄμμα, ὀφθήσεται τῶν ἐν τῷ μέρει, ἐν ᾧ τὸ ὄμμα ἐστὶν, ὀφθήσεται. τοῦτ' ἔστιν, οὔτε τῶν ἐντὸς τῆς διαμέτρου, οὔτε τῶν ἐπὶ τὰ τῆς διαμέτρου, οὔτε τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου.

Πρότ:

πρότ: κζ. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὄμματα, ἴσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, οὐδ' ἕτερον τῶν ὀμμάτων ὀφθήσεται.

πρότ: κη. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου δίχα τεμῶν, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγῶν, θῇς τὰ ὄμματα, ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου: θῇς δὲ ἢ ἀνὰ μέσον τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πρὸς ὀρθὰς, ἢ ἐπ' αὐτῆς τῆς πρὸς ὀρθὰς, οὐδέτερον τῶν ὀμμάτων φαίνεται.

πρότ: κθ. θεώρ:) Εὰν δ' ἔξω τῆς διαμέτρου τεθῇ ὄμματα, τὰ δεξιὰ, φαίνεται δεξιὰ, καὶ τὰ ἀριστερὰ, ἀριστερά. καὶ τὸ εἴδωλον ἔλασσον τοῦ προσώπου, καὶ ἐν τῷ ἀνὰ μέσον τοῦ προσώπου, καὶ ἐν τοῦ ἐνόπτρου.

πρότ: λ. θεώρημα.) Δυνατόν ἐστιν ἔνοπτρον κατασκευασθῆναι, ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ φαίνεσθαι πλείω πρόσωπα, τὰ μὲν μείζονα, τὰ δὲ ἐλάσσονα. καὶ τὰ μὲν ἔγγιον, τὰ δὲ πορρώτερον. καὶ τὰ μὲν δεξιὰ, δεξιά. τὰ δὲ ἀριστερὰ, ἀριστερὰ.

πρότ: λα. θεώρ:) Εκ τῶν κοίλων ἐνόπτρων πρὸς τὸν ἥλιον τεθέντων, πῦρ ἐξάπτεται.

Εὐκλείδου κατοπτρικῶν τέλος.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ.

Ἁρμονική, ἐστὶν ἐπιστήμη θεωρητικὴ καὶ πρακτικὴ τῆς τοῦ ἡρμοσμένου φύσεως. Ἡρμοσμένον δ' ἐστὶν τὸ ἐκ φθόγγων καὶ διαστημάτων ποιὰν τάξιν τῶν συγκειμένων ἔχον. Μέρη δ' αὐτῆς ἐστὶν ἑπτά. περὶ φθόγγων, περὶ διαστημάτων, περὶ χρωμάτων, περὶ γενῶν, περὶ μεταβολῆς, περὶ μελοποιΐας.

Φθόγγος μὲν οὖν ἐστὶ φωνῆς πᾶσις ἐμμελὴς ἐπὶ μίαν τάσιν.

Διάστημα δέ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο φθόγγων ἀνομοίων ὀξύτητι καὶ βαρύτητι.

Γένος δὲ ἐστὶ ποιὰ πεπάρων φθόγγων διαίρεσις.

Σύστημα δὲ ἐστὶ τὸ ἐκ πλειόνων ἢ ἑνὸς, διαστημάτων, συγκείμενον.

Τόνος δ' ἐστὶ τόπος τῆς φωνῆς δεκτικὸς συστήματος, ἀπλατής.

Μεταβολὴ δὲ ἐστὶν ὁμοίου τινὸς εἰς ἀνόμοιον τόπου μετάθεσις.

Μελοποιΐα δ' ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἁρμονικῇ πραγματείᾳ, πρὸς τὸ οἰκεῖον

ἑκάσης ὑποθέσεως. Ταῦτα δὲ θεωρεῖται ἐν φωνῆς ποιότητι, ἧς κινήσεις εἰσὶ δύο. ἡ μὲν συνεχὴς τε καὶ λογικὴ καλουμένη: ἡ δὲ διαστηματικὴ τε καὶ μελωδική. Ἡ μὲν οὖν συνεχὴς κίνησις τῆς φωνῆς τάς τε ἀπτάσεις, καὶ τὰς ἀνέσεις ἀφανῶς ποιεῖται μηδαμοῦ ἰσαμένη, ἢ μέχρι σιωπῆς. Ἡ δὲ διαστηματικὴ κίνησις τῆς φωνῆς ἐναντίως κινεῖται τῇ συνεχεῖ. μονάς τε γὰρ ποιεῖ καὶ μεταξὺ τούτων διαστάσεις. ἐναλλὰξ αὐτῶν ἑκάτερον τίθεται. τὰς μὲν οὖν μονὰς, τάσεις καλοῦμεν τὰς δὲ διαστάσεις, μεταφάσεις τὰς ἀπὸ τάσεων ἐπὶ τάσεις. διαστήματα δὲ τὰ ποιοῦντα τὴν τῶν τάσεων διαφοράν, ἀπόταστις ἐστὶ καὶ ἄνεσις. ἀποτέλεσμα δὲ τούτων ὀξύτης, βαρύτης. τὸ μὲν γὰρ δι' ἐπιτάσεως γινόμενον, εἰς ὀξύτητα ἄγει: τὸ δὲ ἀνέσεως, εἰς βαρύτητα. Καὶ ὀξύτης μὲν ἔν ἐστὶ τὸ δι' ἐπιτάσεως γινόμενον ἀποτέλεσμα. Βαρύτης δὲ τὸ δι' ἀνέσεως. ἀμφοῖν δὲ συμβέβηκε τὸ τετάσθαι. Καλοῦνται δὲ τάσεις, καὶ φθόγγοι. τάσεις μὲν ἀπὸ τῶν καθ' αὐτῶν ὀργάνων παρὰ τὸ τετάσθαι: φθόγγοι δὲ ἐπεὶ ὑπὸ φωνῆς ἐνεργοῦνται. φθόγγοι δέ εἰσιν τῇ μὲν τάσει ἄπτροι: τῇ δὲ δυνάμει κάθ'

ἕκα-

ἕκαστον γένος δεκαοκτώ. Γένη δ' ἐστὶ τρία, διάτονον, χρῶμα, ἁρμονία. καὶ μελῳδεῖται τὸ μὲν διάτονον, ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ, κατὰ τόνον, καὶ τόνον, καὶ ἡμιτόνιον. ἐπὶ δὲ τὸ ὀξὺ ἐναλλίως, καθ' ἡμιτόνιον, καὶ τόνον καὶ τόνον. τὸ δὲ χρῶμα ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ, κατὰ τριημιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον: ἐπὶ δὲ τὸ ὀξὺ ἐναλλίως, κατὰ ἡμιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον, καὶ τριημιτόνιον. Ἡ δὲ ἁρμονία, ἐπὶ μὲν τὸ βαρὺ, κατὰ λεῖπον, καὶ διέσιν. ἐπὶ δὲ τὸ ὀξὺ ἐναλλίως, κατὰ διέσιν, καὶ διέσιν, καὶ λεῖπον. εἰσὶ δὲ οἱ μὲν ἐν τῷ διατόνῳ φθόγγοι οἵδε.

Προσλαμβανόμενος,
Νεάτη ὑπατῶν,
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν διάτονος,
Νεάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων διάτονος.
Μέση
Τρίτη συνημμένων.
Παραννήτη συνημμένων διάτονος.
Νήτη συνημμένων,
Παραμέση,
Τρίτη διεζευγμένων,

Παρανήτη διεζευγμένων διάτονος.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων διάτονος.
Νέτη ὑπερβολαίων.

Εν δὲ χρώμασι, οἷόν ἐστι.
Προσλαμβανόμενος.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματικὴ.
Ὑπάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων χρωματικὴ.
Μέση.
Τρίτη συνημμένων.
Παρανήτη συνημμένων χρωματικὴ.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Τρίτη διεζευγμένων.
Παρανήτη διεζευγμένων χρωματικὴ.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων χρωματικὴ.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Εν δὲ

Εν δὲ ἁρμονίᾳ οἵδε.

Προσλαμβανόμενοι.

Ὑπάτη ὑπατῶν.

Παρυπάτη ὑπατῶν.

Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.

Τρίτη μέσων.

Παρυπάτη μέσων.

Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.

Μέση.

Τρίτη συνημμένων.

Παρανήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.

Νήτη συνημμένων.

Μέση.

Τρίτη διεζευγμένων.

Παρανήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.

Νήτη διεζευγμένων.

Τρίτη ὑπερβολαίων.

Παρανήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.

Νήτη ὑπερβολαίων.

Καλὰ δὲ μίξιν τῶν χρωμάτων οἵδε.

Προσλαμβανόμενοι.

Ὑπάτη ὑπατῶν.

Παρυπάτη ὑπατῶν.

Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.

Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματικὴ.
Λιχανὸς ὑπατῶν διάτονος.
Τρωάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.
Λιχανὸς μέσων χρωματικὴ.
Λιχανὸς μέσων διάτονος.
Μέση.
Τρίτη συνημμένων.
Παρανήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.
Παρανήτη συνημμένων χρωματικὴ.
Παρανήτη συνημμένων διάτονος.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Τρίτη διεζευγμένων.
Παρανήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.
Παρανήτη διεζευγμένων χρωματικὴ.
Παρανήτη διεζευγμένων διάτονος.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.
Παρανήτη ὑπερβολαίων χρωματικὴ.
Παρανήτη ὑπερβολαίων διάτονος.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Τῶν

Τῶν δὲ ἐξηρθμημένων φθόγγων, οἱ μὲν εἰσὶν ἑστῶτες, οἱ δὲ κινούμενοι: ἑστῶτες μὲν οὖν εἰσὶν ὅσοι ἐν ταῖς τῶν φωνῶν διαφοραῖς οὐ μεταπίπτουσιν, ἀλλὰ μένουσι ἐπὶ μιᾶς τάσεως. Κινούμενοι δὲ ὅσοι τοὐναντίον πεπόνθασιν. ἐν γὰρ ταῖς τῶν φωνῶν διαφοραῖς μεταβάλλουσιν, καὶ οὐ μένουσιν ἐπὶ μιᾶς τάσεως.

Εἰσὶν οὖν οἱ μὲν ἑστῶτες ὀκτὼ οἵδε.

Προσλαμβανόμενος.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη μέσων.
Μέση.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Νήτη διεζευγμένων.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Κινούμενοι δέ, οἱ ἀνὰ μέσον τούτων πάντες. τῶν δὲ ἑστώτων οἱ μὲν εἰσὶ βαρύπυκνοι, οἱ δὲ ἄπυκνοι, καὶ περιέχοντες τὰ τέλεια συστήματα. Βαρύπυκνοι μὲν οὖν εἰσὶ πέντε οἵδε.

Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη μέσων.
Μέση Παραμέση.
Νήτη διεζευγμένων.

Απυκνοι δὲ καὶ περιέχοντες τὰ τέλεια συστήματα, οἱ λοιποὶ τρεῖς οἵδε.

Προσλαμβανόμενος.

Νήτη συνημμένων.

Νήτη ὑπερβολαίων.

Τῶν δὲ κινουμένων οἱ μὲν εἰσὶ μεσόπυκνοι, οἵδε ὀξύπυκνοι, οἵδε διάτονοι. μεσόπυκνοι μὲν οὖν εἰσι πέντε οἵδε.

Παρυπάτη ὑπατῶν.

Παρυπάτη μέσων.

Τρίτη συνημμένων.

Τρίτη διεζευγμένων.

Τρίτη ὑπερβολαίων.

Οξύπυκνοι δὲ ὁμοίως κατὰ γένος πέντε. ἐν μὲν ἁρμονίᾳ οἱ ἐναρμόνιοι. ἐν δὲ χρώματι οἱ χρωματικοὶ. τὸ γὰρ διάτονον οὐ μετέχει πυκνοῦ. εἰσὶν οὖν οἱ μὲν ἐν τῇ ἁρμονίᾳ οἵδε.

Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.

Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.

ἐν δὲ τῷ χρώματι οἵδε.

Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματική.

Παρα-

Παρανήτη ὑπερβολαίων χρωματική.

Τῶν δὲ διαστημάτων διαφοραί εἰσι πέντε, ἥτε μεγέθη ἀλλήλων διαφέρει, ἥτε καθὰ γένη, καὶ ἡ τὰ σύμφωνα τῶν διαφώνων, καὶ τὰ σωθέντα τ' ἀσωθέτων, & τὰ ῥητὰ τ' ἀλόγων. ἡ μὲν οὖν καθὰ τὸ μέγεθός ἐστι, καθ' ἃ μὲν ἐστὶ μείζονα τῶν διαστημάτων, ἃ δὲ ἐλάττονα, οἷον δίτονον, τόνος, καὶ τόνος καὶ ἡμιτόνιον, διέσις, διατεσσάρων, διαπέντε, διαπασῶν καὶ τὰ ὅμοια. ἡ δὲ καθὰ γένος καθ' ἃ μέν ἐστιν τῶν διαστημάτων διατονικὰ, ἃ δὲ χρωματικὰ, ἃ δὲ ἐναρμόνια. ἡ δὲ τοῦ συμφώνου, καθ' ἃ μέν ἐστιν τῶν διαστημάτων σύμφωνα, ἃ δὲ διάφωνα. σύμφωνα μὲν οὖ ἐστὶν διατεσσάρων, διαπέντε, διαπασῶν, καὶ τὰ ὅμοια. διάφωνα δὲ τὰ ἐλάττονα τοῦ διατεσσάρων, διέσις, ἡμιτόνιον, τόνος, τριημιτόνιον, δίτονον. μεταξὺ δὲ τῶν συμφώνων, τρίτονον, τετράτονον, πενλάτονον, καὶ τὰ ὅμοια. ἔστι δὲ συμφωνία μὲν, κρᾶσις δύο φθόγγων ὀξυτέρου καὶ βαρυτέρου. διαφωνία δὲ τὸ ἀναπαλίον δύο φθόγγων ἀμιξία μὴ οἵων τε κραθῆναι, ἀλλὰ τραχυνθῆναι τὴν ἀκοήν. ἡ δὲ τοῦ σωθέτου ἐστὶ διαφορὰ, καθ' ἃ μὲν

πρότ: κζ. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις, ἐὰν ἐπὶ τῆς διαμέτρου τεθῇ τὰ ὄμματα, ἴσον ἀπέχοντα τοῦ κέντρου, οὐδ' ἕτερον τῶν ὀμμάτων ὀφθήσεται.

πρότ: κη. θεώρ:) Εν τοῖς κοίλοις ἐνόπτροις ἐὰν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου δίχα τεμῶν, καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀγαγῶν, θῇς τὰ ὄμματα, ἴσον ἀπέχοντα τῆς ἐκ τοῦ κέντρου: θῇς δὲ ἢ ἀνὰ μέσον τῆς διαμέτρου καὶ τῆς πρὸς ὀρθὰς, ἢ ἐπ' αὐτῆς τῆς πρὸς ὀρθὰς, οὐδέτερον τῶν ὀμμάτων φαίνεται.

πρότ: κθ. θεώρ:) Εὰν δ' ἔξω τῆς διαμέτρου τεθῇ ὄμματα, τὰ δεξιὰ, φαίνεται δεξιὰ, καὶ τὰ ἀριστερὰ, ἀριστερά. καὶ τὸ εἴδωλον ἔλασσον τοῦ προσώπου, καὶ ἐν τῷ ἀνὰ μέσον τοῦ προσώπου, καὶ ἐν τοῦ ἐνόπτρου.

πρότ: λ. θεώρημα.) Δυνατόν ἐστιν ἔνοπτρον κατασκευασθῆναι, ὥστε ἐν τῷ αὐτῷ φαίνεσθαι πλείω πρόσωπα, τὰ μὲν μείζονα, τὰ δὲ ἐλάσσονα. καὶ τὰ μὲν ἔγγιον, τὰ δὲ πορρώτερον. καὶ τὰ μὲν δεξιὰ, δεξιά. τὰ δὲ ἀριστερὰ, ἀριστερὰ.

πρότ: λα. θεώρ:) Εκ τῶν κοίλων ἐνόπτρων πρὸς τὸν ἥλιον τεθέντων, πῦρ ἐξάπτεται.

Εὐκλείδου κατοπτρικῶν τέλος.

ΕΥΚΛΕΙ-

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ.

Ἁρμονικὴ, ἐστὶν ἐπιστήμη θεωρητικὴ καὶ πραχτικὴ τῆς προσηρμοσμένης φύσεως. Ἡρμοσμένον δ' ἐστὶν τὸ ἐκ φθόγγων καὶ διαστημάτων ποιᾶν τάξιν τῶν συγκειμένων ἔχον. Μέρη δ' αὐτῆς ἐστὶν ἑπτά. περὶ φθόγγων, περὶ διαστημάτων, περὶ χρωμάτων, περὶ γενῶν, περὶ μεταβολῆς, περὶ μελοποιΐας.

Φθόγγος μὲν οὖν ἐστὶ φωνῆς πάθος ἐμμελὴς ἐπὶ μίαν τάσιν.

Διάστημα δὲ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο φθόγγων ἀνομοίων ὀξύτητι καὶ βαρύτητι.

Γένος δὲ ἐστὶ ποιὰ πεπάρων φθόγγων διαίρεσις.

Σύστημα δὲ ἐστὶ τὸ ἐκ πλειόνων ἢ ἑνὸς, διαστημάτων, συγκείμενον.

Τόνος δ' ἐστὶ τόπος τῆς φωνῆς δεκτικὸς συστήματος, ἀπλατής.

Μεταβολὴ δὲ ἐστὶν ὁμοίου τινὸς εἰς ἀνόμοιον τόπου μετάθεσις.

Μελοποιΐα δ' ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἁρμονικῇ πραγματείᾳ, πρὸς τὸ οἰκεῖον

ἑκάσης ὑποθέσεως. Ταῦτα δὲ θεωρεῖται ἐν φωνῆς ποιότητι, ἧς κινήσεις εἰσὶ δύο. ἡ μὲν συνεχὴς τε καὶ λογικὴ καλουμένη: ἡ δὲ διαστηματικὴ τε καὶ μελωδική. Ἡ μὲν οὖν συνεχὴς κίνησις τῆς φωνῆς τάς τε ἐπιτάσεις, καὶ τὰς ἀνέσεις ἀφανῶς ποιεῖται μηδαμοῦ ἰσαμένη, ἢ μέχρι σιωπῆς. Ἡ δὲ διαστηματικὴ κίνησις τῆς φωνῆς ἐναντίως κινεῖται τῇ συνεχεῖ. μονάς τε γὰρ ποιεῖ καὶ μεταξὺ τούτων διαστάσεις. ἐναλλὰξ αὐτῶν ἑκάτερον τίθεται. τὰς μὲν οὖν μονὰς, τάσεις καλοῦμεν τὰς δὲ διαστάσεις, μεταφάσεις τὰς ἀπὸ τάσεων ἐπὶ τάσεις. διαστήματα δὲ τὰ ποιοῦντα τὴν τῶν τάσεων διαφοράν, ἐπίτασις ἐστι καὶ ἄνεσις. ἀποτέλεσμα δὲ τούτων ὀξύτης, βαρύτης. τὸ μὲν γὰρ δι' ἐπιτάσεως γινόμενον, εἰς ὀξύτητα ἄγει: τὸ δὲ ἀνέσεως, εἰς βαρύτητα. Καὶ ὀξύτης μὲν ἔν ἐστι τὸ δι' ἐπιτάσεως γινόμενον ἀποτέλεσμα. Βαρύτης δὲ τὸ δι' ἀνέσεως. ἀμφοῖν δὲ συμβέβηκε τὸ τετάσθαι. Καλοῦνται δὲ τάσεις, καὶ φθόγγοι. τάσεις μὲν ἀπὸ τῶν καθ' αὐτῶν ὀργάνων παρὰ τὸ τετάσθαι: φθόγγοι δὲ ἐπεὶ ὑπὸ φωνῆς ἐνεργοῦνται. φθόγγοι δέ εἰσιν τῇ μὲν τάσει ἄπτροι: τῇ δὲ δυνάμει καθ'

ἕκα-

ἕκαστον γένος δεκαοκτώ. Γένη δέ ἐστι τρία, διάτονον, χρῶμα, ἁρμονία. καὶ μελῳδεῖται τὸ μὲν διάτονον, ἔστι μὲν τὸ βαρὺ, καὶ τόνον, καὶ τόνον, καὶ ἡμιτόνιον. ἔστι δὲ τὸ ὀξὺ εὐαυλίως, καθ' ἡμιτόνιον, καὶ τόνον καὶ τόνον. τὸ δὲ χρῶμα ἔστι μὲν τὸ βαρὺ, καθὰ τριημιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον: ἔστι δὲ τὸ ὀξὺ εὐαυλίως, καθὰ ἡμιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον, καὶ τριημιτόνιον. Ἡ δὲ ἁρμονία, ἔστι μὲν τὸ βαρὺ, καὶ λεῖπον, καὶ δίεσιν. ἔστι δὲ τὸ ὀξὺ εὐαυλίως, καθὰ δίεσιν, καὶ δίεσιν, καὶ λεῖπον. εἰσὶ δὲ οἱ μὲν ἐν τῷ διατόνῳ φθόγγοι οἵδε.

Προσλαμβανόμενος,
Ὑπάτη ὑπατῶν,
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν διάτονος,
Ὑπάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων διάτονος.
Μέση
Τρίτη συνημμένων.
Παρανήτη συνημμένων διάτονος.
Νήτη συνημμένων,
Παραμέση,
Τρίτη διεζευγμένων,

Παρανήτη διεζευγμένων διάτονος.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων διάτονος.
Νέτη ὑπερβολαίων.

Εν δὲ χρώμασι, οἷσδε.

Προσλαμβανόμενος.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματικὴ.
Ὑπάτη μέσων.
Παρυπάτη μέζων.
Λιχανὸς μέσων χρωματικὴ.
Μέση.
Τρίτη συνημμένων.
Παρανήτη συνημμένων χρωματικὴ.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Τρίτη διεζευγμένων.
Παρανήτη διεζευγμένων χρωματικὴ.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων χρωματικὴ.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Εν δὲ

Εν δὲ ἁρμονίᾳ οἵδε.

Προσλαμβανόμενοι.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.
Τριτάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.
Μέση.
Τρίτη συνημμένων.
Παρανήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.
Νήτη συνημμένων.
Μέση.
Τρίτη διεζευγμένων.
Παρανήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παρανήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Καλὰ δὲ μίξιν τῶν γενῶν οἵδε.

Προσλαμβανόμενοι.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Παρυπάτη ὑπατῶν.
Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.

Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματικὴ.
Λιχανὸς ὑπατῶν διάτονος.
Τρωάτη μέσων.
Παρυπάτη μέσων.
Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.
Λιχανὸς μέσων χρωματικὴ.
Λιχανὸς μέσων διάτονος.
Μέση.
Τρίτη συνημμένων.
Παραννήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.
Παραννήτη συνημμένων χρωματικὴ.
Παραννήτη συνημμένων διάτονος.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Τρίτη διεζευγμένων.
Παραννήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.
Παραννήτη διεζευγμένων χρωματικὴ.
Παραννήτη διεζευγμένων διάτονος.
Νήτη διεζευγμένων.
Τρίτη ὑπερβολαίων.
Παραννήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.
Παραννήτη ὑπερβολαίων χρωματικὴ.
Παραννήτη ὑπερβολαίων διάτονος.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Τῶν δὲ ἐξηρθμημένων φθόγγων, οἱ μὲν εἰσὶν ἑστῶτες, οἱ δὲ κινούμενοι· ἑστῶτες μὲν οὖν εἰσὶν ὅσοι ἐν ταῖς τῶν χρῶν διαφοραῖς οὐ μεταπίπτουσιν, ἀλλὰ μένουσι διὰ πασῶν τάσεως. Κινούμενοι δὲ ὅσοι τοὐναντίον πεπόνθασιν. ἐν γὰρ ταῖς τῶν χρῶν διαφοραῖς ἀμείβουσιν, καὶ οὐ μένουσι διὰ πασῶν τάσεως. Εἰσὶν οὖν οἱ μὲν ἑστῶτες ὀκτὼ οἵδε.

Προσλαμβανόμενος.
Ὑπάτη ὑπατῶν.
Ὑπάτη μέσων.
Μέση.
Νήτη συνημμένων.
Παραμέση.
Νήτη διεζευγμένων.
Νήτη ὑπερβολαίων.

Κινούμενοι δέ, οἱ ἀνὰ μέσον τούτων πάντες. τῶν δὲ ἑστώτων οἱ μὲν εἰσὶ βαρύπυκνοι, οἱ δὲ ἄπυκνοι, καὶ περιέχοντες τὰ τέλεια συστήματα. Βαρύπυκνοι μὲν οὖν εἰσὶ πέντε οἵδε.

Ὑπάτη ὑπατῶν.
Ὑπάτη μέσων.
Μέση Παραμέση.
Νήτη διεζευγμένων.

Ἄπυκνοι δὲ καὶ πλείχοντες τὰ τέλεια συστήματα, οἱ λοιποὶ τρεῖς οἵδε.

Προσλαμβανόμενος.

Νήτη συνημμένων.

Νήτη ὑπερβολαίων.

Τῶν δὲ κινουμένων οἱ μὲν εἰσὶ μεσόπυκνοι, οἵδε ὀξύπυκνοι, οἵδε βάρυνοι. μεσόπυκνοι μὲν οὖν εἰσι πέντε οἵδε.

Παρυπάτη ὑπατῶν.

Παρυπάτη μέσων.

Τρίτη συνημμένων.

Τρίτη διεζευγμένων.

Τρίτη ὑπερβολαίων.

Ὀξύπυκνοι δὲ ὁμοίως καὶ κατὰ γένος πέντε. ἐν μὲν ἁρμονίᾳ οἱ ἐναρμόνιοι. ἐν δὲ χρώματι οἱ χρωματικοὶ. τὸ γὰρ βάρυνον οὐ μετέχει πυκνότητος. εἰσὶν οὖν οἱ μὲν ἐν τῇ ἁρμονίᾳ οἵδε.

Λιχανὸς ὑπατῶν ἐναρμόνιος.

Λιχανὸς μέσων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη συνημμένων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη διεζευγμένων ἐναρμόνιος.

Παρανήτη ὑπερβολαίων ἐναρμόνιος.

Ἐν δὲ τῷ χρώματι οἵδε.

Λιχανὸς ὑπατῶν χρωματικὴ.

Παρα-

Παρανήτη ὑπερβολαίων χρωματική.

Τῶν δὲ διαστημάτων διαφοραί εἰσι πέντε, ἥτε μεγέθη ἀλλήλων διαφέρει, ἥτε καθὰ γένος, καὶ ἥ τὰ σύμφωνα τῶν διαφώνων, καὶ τὰ συνθετὰ τ' ἀσυνθέτων, & τὰ ῥητὰ τ' ἀλόγων. ἡ μὲν οὖν καθὰ τὸ μέγεθός ἐστι, καθ' ὃ τὰ μὲν ἐστὶ μείζονα τῶν διαστημάτων, τὰ δὲ ἐλάττονα, οἷον δίτονον, τόνος, καὶ τόνος καὶ ἡμιτόνιον, διέσις, διαπασάρων, διατέσσαρα, διαπασῶν καὶ τὰ ὅμοια. ἡ δὲ καθὰ γένος καθ' ὃ τὰ μέν ἐστιν τῶν διαστημάτων διάτονικὰ, τὰ δὲ χρωματικὰ, τὰ δὲ ἐναρμόνια. ἡ δὲ τοῦ συμφώνου, καθ' ὃ τὰ μέν ἐστιν τῶν διαστημάτων σύμφωνα, τὰ δ' ἔ διάφωνα. σύμφωνα μὲν οὖ ἐστὶν διατεσσάρων, διαπέντε, διαπασῶν, καὶ τὰ ὅμοια. διάφωνα δὲ τὰ ἐλάττονα τοῦ διατεσσάρων, διέσις, ἡμιτόνιον, τόνος, τριημιτόνιον, δίτονον. μεταξὺ δὲ τῶν συμφώνων, τρίτονον, τετράτονον, πενταπόνον, καὶ τὰ ὅμοια. ἔστι δὲ συμφωνία μὲν, κρᾶσις δύο φθόγγων ὀξυτέρου καὶ βαρυτέρου. διαφωνία δὲ τὸ ἀναντίον δύο φθόγγων ἀμιξία μὴ οἵων τε κραθῆναι, ἀλλὰ τραχυθῆναι πρὸς ἀκοήν. ἡ δὲ τοῦ συνθέτου ἐστὶ διαφορὰ, καθ' ὃ

ἃ μὲν ἐστὶ τῶν διαστημάτων ἀσύνθετα, ἃ δὲ σύνθετα. ἀσύνθετα μὲν οὖν διαστήματά ἐστι τὰ ὑπὸ τῶν ἐξῆς φθόγγων περιεχόμενα, οἷον ὑπάτης καὶ παρυπάτης, καὶ λιχανοῦ, καὶ ὑπάτης μέσης. ὁ αὐτὸς λόγος, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν διαστημάτων. σύνθετα δὲ τὰ ὑπὸ τῶν μὴ ἐξῆς: οἷον μέσης καὶ παρυπάτης, μέσης καὶ νήτης, παραμέσης καὶ ὑπάτης. ἔστι δέ τινα κοινὰ συνθέτου καὶ ἀσυνθέτου διαστήματα. ἀπὸ ἡμιτονίου μέχρι διτόνου. τὸ μὲν γὰρ ἡμιτόνιον ἐστὶν ἐν ἁρμονίᾳ σύνθετον· ἐν δὲ χρώματι καὶ διατόνῳ ἀσύνθετον. ὁ τόνος ἐν μὲν χρώματι σύνθετος, ἐν δὲ διατόνῳ ἀσύνθετος. τὸ τριημιτόνιον, ἐν μὲν χρώματι ἀσύνθετον, ἐν δὲ διατόνῳ σύνθετον: τὸ δίτονον ἐν μὲν ἁρμονίᾳ ἀσύνθετον, ἐν χρώματι, καὶ διατόνῳ σύνθετον. τὰ δὲ ἐλάττω τοῦ ἡμιτονίου πάντα ἐστὶν ἀσύνθετα. ὁμοίως δὲ καὶ τὰ μείζω τοῦ διτόνου, πάντα σύνθετα: ἡ δὲ τοῦ ῥητοῦ καὶ ἀλόγου διαφορά ἐστι, καθ' ἣν τῶν διαστημάτων ἃ μὲν ἐστι ῥητὰ, ἃ δὲ ἄλογα: ῥητὰ μὲν οὖν ἐστὶν ὧν οἱόντ' ἐστὶ τὰ μεγέθη ἀποδιδόναι, οἷον τόνου, ἡμιτονίου, διτόνου, τριτόνου, καὶ τὰ ὅμοια: ἄλογα δὲ τὰ παραλλάττοντα ταῦτα

τὰ με-

τὰ μεγέθη ἐστὶ τὸ μεῖζον ἢ ἐστὶ τὸ ἔλαττον ἀλόγῳ τινὶ μεγέθει. γένη δὲ ἐστὶ τρία τὰ συνημμένα. πᾶν οὖν ἔσται μέλος ἤτοι διατονικὸν, ἢ χρωματικὸν, ἢ ἐναρμόνιον, ἢ κοινὸν, ἢ μικτὸν ἐκ τούτων. διατονικὸν μὲν οὖν ἐστι τὸ τῇ διατονικῇ διαιρέσει χρώμενον: χρωματικὸν δὲ τὸ τῇ χρωματικῇ. ἐναρμόνιον δὲ τὸ τῇ ἐναρμονίῳ. κοινὸν δὲ τὸ ἐκ τῶν ἑτέρων συγκείμενον: μικτὸν δὲ, τὸ ἐν ᾧ δύο ἢ τρεῖς χαρακτῆρες μελικοὶ ἐμφαίνονται, οἷον διατόνου καὶ χρώματος, ἢ διατόνου καὶ ἁρμονίας, ἢ χρώματος καὶ ἁρμονίας, ἢ καὶ διατόνου καὶ χρώματος καὶ ἁρμονίας. γίνονται δὲ αἱ τῶν γενῶν διαφοραὶ παρὰ τοὺς κινουμένους τῶν φθόγγων. κινεῖται δὲ ἡ μὲν λιχανὸς ἐν τονιαίῳ τόπῳ, ἡ δὲ παρυπάτη, ἐν διεσίῳ, λιχανὸς μὲν οὖν ἐστὶν ὀξυτάτη, ἡ τόνου ἀπὸ τοῦ ὀξυτέρου ἀπέχουσα τῶν τὸ τετράχορδον περιεχόντων, βαρυτάτη δὲ, ἡ διτόνου. ὁμοίως δὲ καὶ παρυπάτη ἐστὶ βαρυτάτη μέση, ἡ διέσιν ἀπὸ τοῦ βαρυτέρου τῶν τετράχορδον περιεχόντων ἀπέχουσα. ὀξυτάτη δὲ ἡ ἡμιτόνιον ἀπέχουσα. χρόα δέ ἐστι, γένους εἰδικὴ διαίρεσις. χρόαι δέ εἰσιν αἱ ῥηταὶ καὶ γνώριμοι ἐξ,

ἁρμο-

ἁρμονίας μία, χρώματα δ τρεῖς, διατόνου δύο. ἡ μὲν οὖν τῆς ἁρμονίας ἓξ αὐτοῦ γένους διαιρέσει τῇ αὐτῇ κέχρηται. μελῳδεῖται γὰρ καὶ διέσει τὸ τεταρτημόριον τόνου, καὶ διέσει τῷ ἴσῳ, καὶ διπλάσιον ἀριθμόν. Τῶν δὲ χρωματικῶν διαιρέσεων, τὸ μὲν καλεῖται μαλακὸν χρῶμα, τὸ δὲ ἡμιόλιον, τὸ δὲ τονιαῖον. Τὸ μὲν οὖν μαλακὸν χρῶμα μελῳδεῖται κατὰ διέσιν τὸν τριτημόριον τόνου, καὶ διέσιν τῷ ἴσῳ, καὶ ἴσον τόνῳ καὶ τῷ ἡμίσει, καὶ τρίτῳ ἀσυμβέτον διάστημα. τὸ δὲ ἡμιόλιον, καὶ διέσιν ἡμιολίου τῆς ἐναρμονίου διέσεως, καὶ διέσιν τῷ ἴσῳ, καὶ ἐπὶ διέσεων τεταμορίων ἀσυμβέτον διάστημα. τὸ δὲ τονιαῖον χρῶμα τῇ αὐτῇ τοῦ γένους χρόᾳ, κέχρηται χρόᾳ, μελῳδεῖται γὰρ κῆ ἡμιτόνιον, καὶ ἡμιτόνιον, καὶ τριημιτόνιον. κέχρωται δὲ τὰ εἰρημένα χρώματα ἀπὸ τῶν ἐναρμονίων αὐτοῖς πυκνῶν. τὸ, τε γὰρ τονιαῖον ἀπὸ τοῦ ἐναρμονίου αὐτοῦ κῆ ζωθέσεως τόνου: καὶ ἡμιόλιον ἀπὸ τῶν ἐναρμονίων αὖτῳ διέσεων ἡμιολίων τῶν ἐναρμονίων διέσεων. μαλακὸν δὲ τοῦ ἐλαχίστου πυκνοῦ, ὡσαύτως τε χρῶμα, ἐπειδὴ τὸ ἐν αὐτῷ πυκνὸν χρῶμα ἀνίεταί τε καὶ ἐκλύεται τῶν διατονικῶν

διαι-

διαιρέσεων, τὸ μὲν διάτονον μαλακὸν καλεῖται, τὸ δὲ σύντονον. ἡ μὲν οὖν τοῦ μαλακοῦ διατόνου χρόα, μελωδεῖται κατὰ ἡμιτόνιον, καὶ τριῶν διέσεων ἀσύνθετον διάστημα. καὶ κατὰ πέντε διέσεων ὁμοίως ἀσύνθετον διάστημα. ἡ δὲ τοῦ συντόνου διατόνου τῇ αὐτῇ τοῦ γένους ἐπικοινωνεῖ διαιρέσει. μελωδεῖται γὰρ κατὰ ἡμιτόνιον, καὶ τόνον, καὶ τόνον. δείκνυνται δὲ καὶ ἀριθμῶν αἱ χρόαι τὸν τρόπον τοῦτον. ὑποτίθεται γὰρ ὁ τόνος εἰς δώδεκά τινα ἐλάχιστα μόρια διαιρούμενος. ὧν ἕκαστος δωδεκατημόριον τόνου καλεῖται. ἀναλόγως δὲ τῷ τόνῳ καὶ τὰ λοιπὰ διαστήματα. τὸ μὲν γὰρ ἡμιτόνιον εἰς ἓξ δωδεκατημόρια: ἡ δὲ δίεσις ἡ μὲν τεταρτημόριος εἰς τρία: ἡ δὲ τριτημόριος, εἰς τέσσαρα. ὅλον δὲ τὸ διατεσσάρων εἰς τριάκοντα. ἡ μὲν οὖν ἁρμονία μελωδηθήσεται κατὰ τριῶν δωδεκατημορίων μέγεθος, καὶ $\overline{\gamma}$ καὶ $\overline{\kappa\delta}$. τὸ δὲ μαλακὸν χρῶμα, κατὰ δ, καὶ δ καὶ $\overline{\kappa\beta}$. τὸ δὲ ἡμιόλιον χρῶμα κατὰ τέσσαρα ἥμισυ καὶ δ ἥμισυ, καὶ $\overline{\kappa\beta}$. τὸ δὲ τονιαῖον χρῶμα κατὰ ἓξ καὶ $\overline{\varsigma}$ καὶ $\overline{\iota\eta}$. τὸ δὲ μαλακὸν διάτονον κατὰ $\overline{\varsigma}$ καὶ θ, καὶ $\overline{\iota\varepsilon}$. τὸ δὲ σύντονον κατὰ $\overline{\varsigma}$. καὶ $\overline{\iota\beta}$, καὶ $\overline{\iota\beta}$. τῶν δὲ συστημάτων διαφοραὶ εἰσιν ἑπτά: τέσσαρες.

μὲν

μὲν αἱ αὐταὶ τοῖς διαστήμασιν, ἥτε κ̅τ̅ μέγεθος καὶ ἡ κ̅τ̅ γένος, καὶ ἡ τοῦ συμφώνου, καὶ διαφώνου, καὶ ἡ τοῦ ῥητοῦ καὶ ἀλόγου: τρεῖς δὲ ἰδίαι τῶν συστημάτων διαφοραί εἰσιν, ἡ τοῦ ἑξῆς καὶ ὑπερβατοῦ, καὶ ἡ τοῦ συνημμένου καὶ διεζευγμένου, καὶ ἡ τοῦ ἀμεταβόλου. μεγέθει μὲν οὖν διαφέρει τὰ μείζω συστήματα τῶν ἐλαττόνων: καθάπερ τὸ διαπασῶν τοῦ τριτόνου ἢ διαπέντε, ἢ διατεσσάρων, ἢ τῶν ὁμοιῶν. γένει δὲ τὰ διατονικὰ τῶν ἐναρμονίων ἢ χρωματικῶν, ἢ τὰ χρωματικὰ ἢ ἐναρμόνια τῶν λοιπῶν. τῇ δὲ τοῦ συμφώνου διοίσει τὰ ὑπὸ τῶν συμφώνων φθόγγων περιεχόμενα τῶν ὑπὸ διαφώνων. σύμφωνα δέ ἐστιν ἐν τῷ ἀμεταβόλῳ συστήματι ἓξ. ἐλάχιστον μὲν τὸ διατεσσάρων, τόνων δύο ἡμίσεως: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ ὑπάτης ὑπατῶν ἐπὶ ὑπάτην μέσων. δεύτερον δὲ τὸ διαπέντε, τόνων τριῶν ἡμίσεως: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἐπὶ ὑπάτην μέσων. τρίτον δὲ τὸ διαπασῶν, τόνων ἓξ: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἐπὶ μέσην. τέταρτον δὲ τὸ διαπασῶν καὶ διατεσσάρων, τόνων ὀκτὼ ἡμίσεως: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἐπὶ νήτην συνημμένων, ἢ παρα-

νήτην

νήτων διεζευγμένων διάτονον. πέμπτον δὲ τὸ διὰπασῶν καὶ διὰπέντε, τόνων ἑνέα ἡμιτόνιον: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἕως νήτων διεζευγμένων: ἕκτον δὲ, τὸ δὶς διὰπασῶν, τόνων ιβ. οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἕως νήτων ὑπερβολαίων. τὸ δὲ συνημμένων καλουμένων σύστημα προσθέσει μέχρι τετάρτης συμφώνου. πρῶτον δὲ αὐτῶν τὸ διὰτεσσάρων, δεύτερον τὸ διὰπέντε, τρίτον τὸ διὰπασῶν, τέταρτον τὸ δὶς διὰπασῶν καὶ διὰτεσσάρων, πέμπτον τὸ διὰπασῶν καὶ διὰπέντε, ἕκτον τὸ δὶς διὰπασῶν. ὁ δὲ τῆς φωνῆς τόπος αὔξεται μέχρι τῆς ὀγδόου συμφώνου, ὅσῳ ἐστὶ δὶς διὰπασῶν καὶ διὰτεσσάρων, καὶ δὶς διὰπασῶν καὶ διὰπέντε. διάφωνα δέ ἐστι τά τε ἐλάττω τῶν διὰτεσσάρων, καὶ μεταξὺ τῶν εἰρημένων συμφώνων πάντα. γίνεται δὲ καὶ σχήματα τῆς αὐτῆς μεγέθους ἐκ τῶν αὐτῶν ἀσυνθέτων συγκείμενα, καὶ ἀριθμοῦ, εἰ ἡ τάξις αὐτῶν ἀλλοίωσιν λάβοι ἐνυπάρχοντός τινος ἀνομοίου. τὰ γὰρ ἐξ ἴσων πάντων, ἢ ὁμοίων σχημάτων, ἀλλοίωσιν οὐ ποιεῖ τῆς μιᾶς οὐδὲ διὰτεσσάρων τρία ἐστὶν εἴδη. πρῶτον μὲν τὸ ἀπὸ βαρυτάτην διεζευγμένον,

οἷον.

οἷον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ὑπάτης ὑπατῶν ἐπὶ ὑπάτην μέσων. δεύτερον τὸ μεσοπύκνων περιεχόμενον, οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ παρυπάτης ὑπατῶν, ἐπὶ παρυπάτην μέσων. τρίτον δὲ τὸ ἀπὸ ὀξυπύκνων περιεχόμενον: οἷόν ἐστι τὸ ἀπὸ λιχανοῦ ὑπατῶν, ἐπὶ λιχανὸν μέσων. ἐν μὲν οὖν ἁρμονίᾳ καὶ χρώμασι πρὸς τὴν τοῦ πυκνοῦ χρῆσιν τὰ σχήματα τῶν συμφώνων λαμβάνεται: ἐν δὲ διατόνῳ ἐπὶ πυκνοῦ δὲ γίνεται: διαιρεῖται δὲ τὸ γένος τοῦτο εἰς ἡμιτόνια καὶ τόνους. ὑπάρχει δὲ ἐν τῇ διὰ τεσσάρων συμφωνίᾳ ἡμιτόνιον μὲν ἓν, τόνοι δὲ δύο. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ πέντε, ἡμιτόνιον μὲν ἓν, τόνοι δὲ τρεῖς, ἐν δὲ τῷ διὰ πασῶν ἡμιτόνια μὲν δύο, τόνοι δὲ πέντε. πρὸς δὲ τὴν τῶν ἡμιτονίων χρῆσιν τὰ σχήματα θεωρεῖται. τὸ οὖν διὰ τεσσάρων πρῶτον μέν ἐστιν εἶδος, ἐν ᾧ τὸ ἡμιτόνιον ἐστὶ τὸ βαρὺ τῶν τόνων κεῖται. δεύτερον δὲ, οὗ μέσον ἐστὶ τόνος τὸ ὀξύ. τρίτον, ἐν ᾧ πρῶτον ἐπὶ τὸ ὀξὺ τῶν τόνων. Ἔχει δὲ καὶ ταῦτα ὁμοίως τοῖς λοιποῖς τοῖς γένεσιν ἀπὸ τῶν αὐτῶν φθόγγων ἐπὶ τοὺς αὐτούς: τὸ δὲ διὰ πέντε, τέσσαρά εἰσι σχήματα. πρῶτον μὲν τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον, ἐν ᾧ πρῶτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ

ἀπὸ

ἀπὸ ὑπάτης μέσων ἐπὶ παραμέσην. δεύτερον δὲ, τὸ ὑπὸ μεσοπύκνων περιεχόμενον, οὗ δεύτερος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἐστι δὲ ἀπὸ παρυπάτης μέσων ἐπὶ τρίτην διεζευγμένων. τρίτον δὲ ὑπὸ ὀξυπύκνων περιεχόμενον, οὗ τρίτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ ἀπὸ λιχανοῦ μέσων ἐπὶ παρανήτην διεζευγμένων: τέταρτον δὲ τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον, οὗ τέταρτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ βαρύ. ἔστι δὲ ἀπὸ μέσης ἐπὶ νήτην διεζευγμένων, ἢ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἐπὶ ὑπάτην μέσων: ἐν δὲ διατόνῳ πρῶτον μέν ἐστι σχῆμα, οὗ πρῶτον τὸ ἡμιτόνιον. δεύτερον δὲ, οὗ πρῶτον ἐπὶ τὸ ὀξύ. τρίτον, οὗ δεύτερον ἐπὶ τὸ ὀξὺ: τέταρτον, οὗ τρίτον ἐπὶ τὸ βαρύ. τοῦ δὲ διαπασῶν εἴδη ἐστὶν ἑπτά. πρῶτον μὲν τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον, οὗ πρῶτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ ἀπὸ ὑπάτης ὑπατῶν ἐπὶ παραμέσην. ἐκαλεῖτο δὲ ὑπὸ τῶν ἀρχαίων μιξολύδιον. δεύτερον τὸ ὑπὸ μεσοπύκνων περιεχόμενον, οὗ δεύτερος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ ἀπὸ παρυπάτης ὑπατῶν ἐπὶ τρίτην διεζευγμένων. ἐκαλεῖτο δὲ λύδιον: τρίτον τὸ ὑπὸ ὀξυπύκνων περιεχόμενον, οὗ τρίτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ

ὀξύ. ἔστι δὲ ὑπὸ λιχανοῦ ὑπατῶν ἐπὶ παρανήτην διεζευγμένων: ἐκαλεῖτο δὲ φρύγιον. τέταρτον τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον, οὗ τέταρτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ ἀπὸ ὑπάτης μέσων ἐπὶ νήτην διεζευγμένων ἐκαλεῖτο δὲ δώριον. πέμπτον τὸ ὑπὸ μεσοπύκνων περιεχόμενον, οὗ πέμπτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ, ἔστι δὲ ἀπὸ παρυπάτης μέσων ἐπὶ τρίτην ὑπερβολαίων: ἐκαλεῖτο δὲ ὑπολύδιον: ἕκτον τὸ ὑπὸ ὀξυπύκνων περιεχόμενον, οὗ ἕκτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ ὀξύ: ἔστι δὲ ἀπὸ λιχανοῦ μέσων ἐπὶ παρανήτην ὑπερβολαίων. ἐκαλεῖτο δὲ ὑποφρύγιον. ἕβδομον, τὸ ὑπὸ βαρυπύκνων περιεχόμενον, οὗ πρῶτος ὁ τόνος ἐπὶ τὸ βαρύ. ἔστι δὲ ἀπὸ μέσης ἐπὶ τρίτην ὑπερβολαίων, ἢ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἐπὶ μέσην: ἐκαλεῖτο δὲ κοινὸν καὶ λοκριστὶ, καὶ ὑποδώριον. ἐν δὲ τῷ διατόνῳ πρῶτον μὲν ἐστιν εἶδος τὸ διαπασῶν, οὗ πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, τέταρτον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξὺ, ἐστὶ τὸ ἡμιτόνιον. δεύτερον δὲ, οὗ τρίτον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, ἕβδομον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξύ. τρίτον δὲ, οὗ δεύτερον ἐφ ἑκάτερα. τέταρτον δὲ, οὗ πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, τέταρτον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξύ. πέμπτον

δὲ οὗ

δὲ ὃ τέταρτον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, δεύτερον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἕκτον δὲ, ὃ τρίτον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, δεύτερον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἕβδομον δὲ, ὃ δεύτερον μὲν ἐπὶ τὸ βαρὺ, πέμπτον δὲ ἐπὶ τὸ ὀξύ. ἔστι δὲ ταῦτα ἀπὸ τῶν αὐτῶν φθόγγων ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς, καθάπερ ἐπὶ τῆς ἁρμονίας καὶ τοῦ χρώματος, καὶ καλεῖται τοῖς αὐτοῖς ὀνόμασι. τῇ δὲ τοῦ ῥητοῦ καὶ ἀλόγου διαφορᾷ διοίσει συστήματα, ὅσα ἐκ ῥητῶν διαστημάτων σύγκειται, τὰ ἐξ ἀλόγων. ὅσα μὲν γὰρ ῥητὰ ἐκ ῥητῶν ἐστιν. ὅσα δὲ ἐξ ἀλόγων, ἄλογα. τῇ δὲ ἐξῆς καὶ ὑπερβολῇ διαφορᾷ διοίσει συστήματα τὰ διὰ τῶν ἐξῆς φθόγγων μελῳδούμενα, τὰ μεθ' ὑπερβολῶν. τῇ δὲ συνημμένου καὶ διεζευγμένου διαφορᾷ διοίσει συστήματα, ὅσα διὰ τῶν συνημμένων τετραχόρδων τὴν συνθεσιν ἔχει, τὰ διεζευγμένων. ἔστι δὲ συναφὴ μὲν, δύο τετραχόρδων, ἐξῆς μελῳδουμένων ὁμοίων τὸ σχῆμα, φθόγγος κοινός. διάζευξις δ' ἐστὶ δύο τετραχόρδων ἐξῆς μελῳδουμένων ὁμοίων τὸ σχῆμα, τόνος ἀνὰ μέσον: εἰσὶ δὲ αἱ πᾶσαι συναφαὶ τρεῖς, μέση, ὀξυλάτη, βαρυλάτη. καὶ ἔστι βαρυλάτη μὲν ἡ ἐκ τῆς ὑπατῶν καὶ μέσων τετραχόρδου. κοινὸς δὲ αὐλὸς συνάπτει φθόγγος ὑπάτη μέσων. μέση δὲ ἐστὶ συναφὴ ἐκ τοῦ μέ-

σων καὶ συνημμένων: καὶ νοεῖται δὲ αὐτὰ συνάπτει φθόγγος μέση. ὀξυτάτη δ' ἐστὶ συναφὴ ἐκ τε διεζευγμένων καὶ ὑπερβολαίων: καὶ νοεῖται δὲ αὐτὰ συνάπτει φθόγγος νήτη διεζευγμένων. διάζευξις δ' ἐστὶ μία ἐκ τε μέσων καὶ νητῶν διεζευγμένων. καὶ νοεῖται δὲ αὐτὴν διαζεύγνυσι τόνος ὁ μεταξὺ μέσης καὶ παραμέσης: τέλεια δέ ἐστι συστήματα δύο, ὧν τὸ μὲν ἔλαττον, τὸ δὲ μεῖζον. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ἔλαττον καὶ τὰ συναφῆ ἀπὸ προσλαμβανομένου ἕως νήτης συνημμένων. ὑπάρχει δὴ ἐν αὐτῷ τετράχορδα τρία συνημμένα τάδε. ὑπατῶν, μέσων, συνημμένων, καὶ τόνος ἀπὸ προσλαμβανομένης ἕως ὑπάτης ὑπατῶν: συμφώνως δὲ ὁρίζεται τὸ διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων: τὸ δὲ μεῖζον ἐστὶ κατὰ διάζευξιν ἀπὸ προσλαμβανομένου ἕως νήτης ὑπερβολαίων. ὑπάρχει δὴ ἐν αὐτῷ τετράχορδα μὲν τέσσαρα διὰ δυοῖν διεζευγμένα, ἀλλήλοις δὲ συνημμένα, τό τε ὑπατῶν καὶ μέσων καὶ διεζευγμένων καὶ ὑπερβολαίων: καὶ ἔτι τόνοι δύο, ὅτε ἀπὸ προσλαμβανομένης ἐπὶ ὑπάτης ὑπατῶν, καὶ ὁ ἀπὸ παραμέσης ἐπὶ μέσην: συμφώνως δὲ ὁρίζεται τὸ δὶς διὰ πασῶν. πέντε δὲ ὄντων τετραχόρδων ἐν

τῷ

τῷ ἀμεταβόλῳ συνήμμενῃ, ὅπως ἐστὶν ἐξ ἀμφοῖν τελείοιν ζωθετον. τὰ μὲν δύο κινά ἐστιν ἑκατέρων τῶν τελείων, τότε ὑπατῶν καὶ μέσων: ἴδια δὲ τῇ μὲν κζ' ζωαφεῖ τὸ νητῶν ζωνημμένων, τῇ δὲ καθ' ἁρμόζειν τὸ νητῶν διεζευγμένων, καὶ νητῶν ὑπερβολαίων. τῇ δὲ τῇ ἀμεταβόλῳ καὶ ἐμμεταβόλῳ διοίσει, καθ' ὃ διαφέρει τὰ ἄτονα συνήμματα τῶν μὴ ἀτόνων: ἄτονα μὲν οὖν ἐστὶ τὰ πρὸς μίαν μέσην ἡρμοσμένα. δίτονα δὲ τὰ πρὸς δύο: τρίτονα δὲ τὰ πρὸς τρεῖς: τριτόνια δὲ τὰ πρὸς τρεῖς: πολυτόνια δὲ τὰ πρὸς πλείονας. ἐστὶ δὲ μέση φθόγγου δύναμις, ᾧ συμβέβηκεν καθ' μὲν διάζευξιν, ἐπὶ μὲν τὸ ὀξὺ, τόνον ἔχειν ἀσύνθετον, ἀπαθοῦς ὄντος τοῦ συνήματος. ἐπὶ δὲ τὸ βαρὺ δίτονον ἢ τὸν σύνθετον ἢ ἀσύνθετον. καθ' ὃ δὲ σωαφεῖ, ᾧ συμβαίνει τριῶν τετραχόρδων ζωνημμένων, ἢ περὶ τῇ μέσῃ ὀξυτάτῳ εἶναι, ἢ τῇ ὀξυτάτῃ, βαρυτάτῳ. ἀπὸ δὲ τῆς μέσης καὶ τῶν λοιπῶν φθόγγων αἱ δυνάμεις γνωρίζονται. τὸ δὲ πῶς ἔχον ἕκαστον αὐτῶν πρὸς τὴν μέσην φανερὸν γίνεται. τόνος δὲ λέγεται τετραχῶς, καὶ γὰρ ὡς φθόγγος καὶ διάστημα, καὶ ὡς

τόπος φωνῆς, καὶ ὡς τάσις. ἐπὶ μὲν οὖν τοῦ φθόγγου ἀρῶονται τῷ ὀνόματι οἱ λέγοντες ἑπτάτονον τὴν φόρμιγγα, καθάπερ Τέρπανδρος καὶ ἴσοι: ὁ μὲν γάρ φησιν.

Ημεῖς τοι τετράγηραν ἀποστέρξαντες ἀοιδήν,
Επτατόνῳ φόρμιγγι νέους κελαδήσομεν ὕμνους.
Ὁ δὲ ἐν δεκαχόρδῳ - τὴν δεκα βάμονα τάξιν
Εχεις ἀεὶ τὰς συμφονούσας ἁρμονίας τριώδους
Πρὶν μὲν σεπτάτονον ψάλλον διὰ τέσσαρα πάν-
Ελληνες, σπανίαν μοῦσαν ἀειράμενοι. (τες

καὶ ἕτεροι δὲ οὐκ ὀλίγοι κέχρηνται τῷ ὀνόματι. ἐπὶ δὲ τοῦ διαστήματος, ὅταν λέγωμεν ἀπὸ μέσης ἐπὶ παραμέσην τόνον εἶναι. Οἱ δὲ ὡς τόπος, ὅταν λέγομεν φωνῆς, δώριον, ἢ φρύγιον, ἢ λύδιον, ἢ τῶν ἄλλων τινά. εἰσὶ δὲ κατὰ Αριστόξενον ιγ τόνοι, ὑπερμιξολύδιος καὶ ὑπερφρύγιος καλούμενος. μιξολύδιοι δύο, ὀξύτερος καὶ βαρύτερος, ὧν ὀξύτερος, καὶ β ὑποιάστιος καλεῖται. ὁ δὲ βαρύτερος καὶ ὑποδώριος. λύδιοι δύο, ὀξύτερος καὶ βαρύτερος, καὶ αἰόλιος καλεῖται. φρύγοιοι δύο, ὁ μὲν βαρὺς, ὃς καὶ ἰάστιος, ὁ δὲ ὀξὺς, δώριος εἷς. ὑπολύδιοι δύο, ὀξύτερος

καὶ

καὶ βαρύτερος, ὃς καὶ ὑποαιόλιος καλεῖται. ὑποφρύγιοι δύο, ὧν ὁ βαρύτερος καὶ ὑποϊάστι καλεῖται, καὶ ὑποδώριος. τούτων ὀξύτατος μὲν δώριος, οἱ δὲ ἐξῆς οἱ ἀπὸ τῶν ὀξυτάτων μέχρι τοῦ βαρυτάτου ἡμιτονίῳ ἀλλήλων ὑπερέχοντες. παράλληλοι δὲ δύο τριημιτονίῳ. ἀναλόγως δὲ ἔξει καὶ ἐπὶ τῆς τῶν λοιπῶν τόνων διαστάσεως. ὁ δὲ ὑπερμιξολύδιος τοῦ ὑποδωρίου τῷ διαπασῶν ἐστὶν ὀξύτερος: ὁ δὲ ὡς τάσις τόνος λέγεται, καθ' ὃ φαμὲν ὀξυτονεῖν τινα ἢ βαρυτονεῖν, ἢ μέσως τῆς φωνῆς τόνῳ κεχρῆσθαι. μεταβολὴ δὲ λέγεται τετραχῶς: καὶ γὰρ καθὰ γένος, καὶ καθὰ σύστημα, καὶ καθὰ τόνον, καὶ κατὰ μελωποιΐαν. καθὰ μὲν οὖν γένος γίνεται μεταβολή, ὅταν ἐκ διατόνου εἰς χρῶμα ἢ ἁρμονίαν, ἢ ἐκ χρώματος ἢ ἁρμονίας εἴς τι τῶν λοιπῶν μεταβολὴ γένηται. καθὰ σύστημα δὲ, ὅταν ἐκ συναφῆς εἰς διάζευξιν, ἢ ἀνάπαλιν μεταβολὴ γένηται. καθὰ τόνον δὲ, ὅταν ἐκ δωρίων εἰς φρύγια, ἢ ἐκ φρυγίων εἰς λύδια, ἢ ὑπερμιξολύδια, ἢ ὑποδώρια, ἢ καθόλου, ὅταν ἐκ τινὸς τῶν δεκατριῶν τόνων εἰς τινὰ τῶν λοιπῶν μεταβολὴ γένηται. γί-

νονται δὲ μεταβολαὶ πρὸ τῆς ἡμιτονίας ἀρ-
ξάμεναι, μέχρι τοῦ διαπασῶν: ὧν αἱ μὲν
κατὰ σύμφωνα γίνονται διαστήματα, αἱ δὲ
κατὰ διάφωνα. τούτων δ' αἱ μὲν ἐμμελεῖς
ἧττον ἢ ἐκμελεῖς, αἱ δὲ μᾶλλον. ἐν ὅσαις μὲν οὖν
αὐτῶν πλείων ἡ κοινωνία, ἐμμελέστεραι ἐν ὅ-
σαις δὲ ἐλάττων, ἐκμελέστεραι. ἐπεὶ δὲ ἀναγ-
καῖον πάσῃ μεταβολῇ κοινόν τι ὑπάρχειν ἢ
φθόγγον, ἢ διάστημα, ἢ σύστημα. λαμβάνεται
δὴ ἡ κοινωνία καθ' ὁμοιότητα φθόγγων. ὅταν γὰρ
ἐπ' ἀλλήλους ἐν ταῖς μεταβολαῖς πέσωσιν
ὅμοιοι φθόγγοι κατὰ τὴν τοῦ πυκνοῦ μετο-
χὴν, ἐμμελὴς γίνεται ἡ μεταβολή: ὅταν δὲ
ἀνόμοιοι, ἐκμελής. κατὰ δὲ μελωποιΐαν γί-
νεται μεταβολὴ, ὅταν ἐκ διαστηματικοῦ ἤ-
θους εἰς συσταλτικὸν ἢ ἡσυχιαστικόν, ἢ ἐξ ἡσυ-
χαστικοῦ εἴς τι τῶν λοιπῶν ἡ μετεβολὴ γέ-
νηται. ἔστι δὲ διαστηματικὸν μὲν ἦθος μελω-
ποιΐας, δι' οὗ σημαίνεται μεγαλοπρέπεια καὶ
δίαρμα ψυχῆς ἀνδρῶδες, καὶ πράξεις ἥρωι-
καὶ, καὶ πάθη τούτοις οἰκεῖα. χρῆται δὲ τού-
τοις μάλιστα μὲν ἡ τραγῳδία, καὶ τῶν λοι-
πῶν δὲ ὅσα τούτου ἔχεται τοῦ χαρακτῆρος.
συσταλτικὸν δὲ, δι' οὗ συνάγεται, ἡ ψυχὴ εἰς

ταπει-

ταπεινότητα καὶ ἀνανδρον διάθεσιν. ἁρμόσει δὲ τὸ τοιοῦτον κατάσημα τοῖς ἐρωτικοῖς πάθεσι καὶ θρηνώδεσι καὶ οἰκτροῖς καὶ τοῖς παραπλησίοις. ἡσυχαστικὸν δ' ἐστὶ ἦθος ἐστὶ μελοποιΐας, ᾧ παρέπεται ἠρεμότης ψυχῆς. καὶ κατάσημα ἐλευθέρου τε καὶ εἰρηνικόν. ἁρμόσουσι δ' αὐτῷ ὕμνοι, παιᾶνες, ἐγκώμια, συμβολαὶ, καὶ τὰ τούτοις ὅμοια. Μελοποιΐα, ἐστὶ χρῆσις τῶν προσφημμένων μερῶν τῆς ἁρμονικῆς καὶ ὑποκειμένων δυνάμιν ἐχόντων. δι' ὧν δὲ μελοποιΐα ἀπιτελεῖται, τέσσαρά ἐστιν, ἀγωγὴ, πλοκὴ, περίοδος. τονή. ἀγωγὴ μὲν οὖν ἐστὶν ἡ διὰ τῶν ἑξῆς φθόγγων ὁδὸς ἢ μέλους. πλοκὴ δὲ ἡ ἐναλλαξ τῶν τε διαστημάτων θέσις παράλληλος. περίοδος δ', ἡ ἐφ' ἑνὸς τόνου πολλάκις γινομένη πλῆξις. τονὴ δ', ἡ ἀπὸ πλείονα χρόνον μονὴ, καθ' μίαν γινομένη προφορὰν τῆς φωνῆς. διάγραμμα δὲ, σχῆμα ὑπόπεδον τὰς τῶν μελῳδουμένων περιέχον δυνάμεις. δυνάμις δέ ἐστι τάξις φθόγγου, δι' ἧς γνωρίζομεν τῶν φθόγγων ἕκαστον. μελοποιΐα δὲ ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἁρμονικῇ πραγματείᾳ, πρὸς τὸ οἰκεῖον ἑκάστης ὑποθέσεως. Οὗτος ὁ ὅρος τοῦ κατὰ τὸ ἡρμοσμένον ἐστὶ πραγματείας.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΚΑΤΑΤΟΜΗ ΤΟΥ ΚΑΝΟΝΟΣ.

Εἰ ἡσυχία εἴη καὶ ἀκινησία, σιωπὴ ἂν εἴη. σιωπῆς δὲ ὄσης καὶ μηδενὸς κινουμένου, οὐδὲν ἂν ἀκούοιτο. εἰ ἄρα μέλλη τι ἀκουσθήσεσθαι, θορυβῶ καὶ κίνησιν πρότερον δεῖ γενέσθαι. ὥστε ἐπειδὴ πάντες οἱ φθόγγοι γίνονται θορυβῆς τινος γινομένης· θορυβῶ δὲ ἀμήχανον γενέσθαι, μὴ οὐχὶ κινήσεως πρότερον γενομένης. τῶν δὲ κινήσεων αἱ μὲν πυκνότεραί εἰσιν, αἱ δὲ ἀραιότεραι· καὶ αἱ μὲν πυκνότεραι, ὀξυτέρους ποιοῦσι τοὺς φθόγγους, αἱ δὲ ἀραιότεραι, βαρυτέρους, ἀναγκαῖον τοὺς μὲν ὀξυτέρους εἶναι, οἷς ἐκ πυκνοτέρων καὶ πλειόνων σύγκειται κινήσεων. τοὺς δὲ βαρυτάτους, ἐπεὶ οἷς ἐξ ἀραιοτέρων καὶ ἐλασσόνων σύγκειται κινήσεων, ὥστε τοὺς μὲν ὀξυτέρους τοῦ δέοντος, ἀνιεμένους ἀφαιρέσει κινήσεων τυγχάνειν τοῦ δέοντος. τοὺς δὲ βαρυτέρους ὑπτεινομένους προσθέσει κινήσεως, τυγχάνειν τοῦ δέοντος. διόπερ ἐκ μορίων τοὺς φθόγγους συγκεῖσθαι φατέον, ἐπειδὴ προσθέσει καὶ ἀφαιρέσει τυγχάνουσι τοῦ δέοντος, πάντα δὲ τὰ ἐκ μορίων συγκείμενα,

μένα,

ἐπιδὴ πεφυκέναι καὶ ἀφαιρέσει τυγχάνουσι τὸ δέον τῶ. ταῦτα δὲ τὰ ἐκ μορίων συγκείμενα, ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεται πρὸς ἄλληλα. ὥστε καὶ τὴν φθόγγους ἀναγκαῖον ἐν ἀριθμῷ λόγῳ λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους. τῶν δὲ ἀριθμῶν, οἱ μὲν ἐν πολλαπλασίονι λόγῳ λέγονται, οἱ δὲ ἐν ἐπιμορίῳ, οἱ δὲ ἐν ἐπιμερεῖ. ὥστε καὶ τοὺς φθόγγους ἀναγκαῖον ἐν τοῖς τοιούτοις λόγοις λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους. τούτων δὲ οἱ μὲν πολλαπλάσιοι καὶ ἐπιμόριοι ἐνὶ ὀνόματι λέγονται πρὸς ἀλλήλους: γιγνώσκομεν δὲ καὶ τῶν φθόγγων τοὺς μὲν συμφώνους ὄντας τοὺς δὲ διαφώνους. καὶ τοὺς μὲν συμφώνους μίαν κρᾶσιν τινὶ ἐξ ἀμφοῖν ποιοῦντας: τοὺς δὲ διαφώνους, ὅ: τούτων οὕτως ἐχόντων, εἰκὸς τοὺς συμφώνους φθόγγους, ἐπειδὴ μίαν τινὶ ἐξ ἀμφοῖν ποιοῦνται κρᾶσιν τῆς φωνῆς, εἶναι τῶν ἐν ἑνὶ ὀνόματι πρὸς ἀλλήλους λεγομένων ἀριθμῶν, ἤτοι πολλαπλασίους ὄντας, ἢ ἐπιμορίους.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: ᾱ. θεώρ:) Ἐὰν διάστημα πολλαπλάσιον δίχα τμηθὲν ποιῇ τι διάστημα, καὶ αὐτὸ πολλαπλάσιον ἔσται.

Πρότ:

Πρότ: ϛ. θεώρ:) Ἐαὶ διάσημα δὶς συντεθὲν, τὸ ὅλον ποιῇ πολλαπλάσιον, καὶ αὐτὸ ἔσαι πολλαπλάσιον.

Πρότ: γ. θεώρ:) Ἐπιμορίου διασήματα μέσοι, ὅτε εἷς, ὅτε πλείους ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί.

Πρότ: δ. θεώρ:) Ἐαὶ διάσημα μὴ πολλαπλάσιον δὶς συνλεθῇ, τὸ ὅλον ὅτε πολλαπλάσιον ἔσαι, ὅτε ἐπιμόριον.

Πρότ: ε. θεώρ:) Ἐαὶ διάσημα δὶς συνλεθὲν, τὸ ὅλον μὴ ποιῇ πολλαπλάσιον, ἀλλ' αὐτὸ ἔσαι πολλαπλάσιον.

Πρότ: ϛ. θεώρ:) Τὸ διπλάσιον διάσημα ἐκ δύο τῶν μεγίστων ἐπιμορίων συνέστηκεν, ἐκτε τοῦ ἡμιολίου καὶ ἐκ τοῦ ἐπιτρίτου.

Πρότ: ζ. θεώρ:) Ἐκ τοῦ διπλασίου διασήματος καὶ ἡμιολίου, τριπλάσιον διάσημα γίνεται.

Πρότ: η. θεώρ:) Ἐαὶ ἀπὸ ἡμιολίου διαστήματος ἐπιτρίτον διάσημα ἀφαιρεθῇ, τὸ λοιπὸν καταλείπεται ἐπόγδοον.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τὰ ἐξ ἐπογδόα διαστήματα, μείζονά ἐστι διαστήματος ἑνὸς διπλασίου.

Πρότ:

Πρότ: ι. θεώρ:) Τὸ διαπασῶν διάστημα, ἐστὶ πολλαπλάσιον.

Πρότ: ια. θεώρ:) Τὸ διατεσσάρων διάστημα καὶ τὸ διαπέντε, ἑκάτερον ἐπιμόριον ἐστίν.

Πρότ: ιβ: θεώρ:) Τὸ διαπασῶν διάστημα, ἐστὶ διπλάσιον.

Πρότ: ιγ. θεώρ:) Λοιπὸν δὲ περὶ τοῦ γενικοῦ διαστήματος διελθεῖν, ὅπ ἐστὶν ἐπόγδοον.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Τὸ διαπασῶν ἔλαττόν ἐστιν ἢ ἓξ τόνων.

Πρότ. ιε. θεώρ:) Τὸ δὲ διατεσσάρων ἔλαττον δύο τόνων καὶ ἡμιτονίου. καὶ τὸ διαπέντε ἔλαττον τριῶν τόνων καὶ ἡμιτονίου.

Πρότ: ις. θεώρ:) Ὁ τόνος διαιρεθήσεται εἰς δύο ἴσους, ἤτε εἰς τελείους.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Αἱ παρανῆται καὶ αἱ λιχανοὶ ληφθήσονται διὰ συμφωνίαν ἔτως.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Αἱ παρυπάται καὶ αἱ τρίται διαιροῦσι τὸ πυκνὸν εἰς ἴσα.

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Τὸν κανόνα καταγράψαι κ τὸ καλούμενον ἀμετάβολον σύστημα.

Πρότ: κ. θεώρ:) Λοιπὸν δεῖ τοῦ φερομένους λαβεῖν.

Τέλος τῆς τομῆς τοῦ κανόνος.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΑΡΧΑΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ.

Επειδὴ ὁρᾶται τὰ ἀπλανῆ ἄστρα ἐκ τοῦ αὐτοῦ τόπου ἀνατέλλοντα: καὶ εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δυόμενα. τὰ ἅμα ἀνατέλλοντα ἀεὶ ἅμα τέλλοντα. καὶ τὰ ἅμα δυόμενα: ἀεὶ ἅμα δυόμενα. καὶ ἐν τῇ ἀπ' ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν φορᾷ τὰ πρὸς ἄλληλα διαστήματα τὰ αὐτὰ ἔχοντα. τοῦτο δὲ γίνεται ἐπὶ τῶν ἐγκύκλον φορὰν φερομένων μόνον ἐπὰν ἡ ὄψις πάντη τῆς περιφερείας ἴσον ἀπέχῃ ὡς ἐν τοῖς ὀπτικοῖς δείκνυται. Θετέον τὰ ἄστρα ἐγκυκλίως φέρεσθαι καὶ ἐνδεδέσθαι ἐν ἑνὶ σώματι. καὶ τὴν ὄψιν ἴσον ἀπέχειν τῶν περιφερειῶν. ὁρᾶται δέ τις ἀστὴρ μεταξὺ τῶν ἀστερῶν οὐ μεταλάσσων τόπον ἐκ τόπου: ἀλλ' ἐν ἡ ἐστὶ χώρα ἐν ταύτῃ στρεφόμενος. ἐπεὶ δὲ οὕτως πρὸς τὰς περιφερείας τῶν κύκλων καθ' ὧν οἱ λοιποὶ ἀστέρες φέρονται. ἴσον ἀπέχων πάντη φαίνεται. Θεθέον τοὺς κύκλους πάντας παραλλήλους εἶναι ὥς τε πάντα τὰ ἀπλανῆ ἄστρα κατὰ παραλλήλων φέρεσθαι. πόλον ἐχόντων τὸν προειρημένον ἀστέρα, τοῦ-

ρα. τούτων δὲ ἔνια οὔτε ἀνατέλλοντα. οὔτε δυόμενα ὁρᾶται διὰ τὸ ἐπὶ μείζονος κύκλων φέρεσθαι: ἃς καλοῦσιν ἀεὶ φανερούς. τούτων δὲ ἐστὶ τὰ ἐπόμενα τῷ φανερῷ πόλῳ ἄστρα ἕως τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου. καὶ ἐλάχιστον μὲν κύκλον φέροντα: οἱ ἔγγιον τοῦ πόλου ὄντες. μέγιστον δὲ οἱ ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ. οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου ὄντες φαίνονται: ξύοντες τὸν ὁρίζοντα. τὰ δὲ πρὸς μεσημβρίαν τούτων ἐκόμενα ἅπαντα, καὶ ἀνατέλλοντα, καὶ δυόμενα ὁρᾶται. διὰ τὸ τοὺς κύκλους αὐτοὺς μὴ ὅλους εἶναι ὑπὲρ γῆς. ἀλλὰ μέρος μὲν αὐτῶν ὑπὲρ γῆς. τὸ δὲ λοιπὸν ὑπὸ τὴν γῆν. τῶν δὲ ὑπὲρ γῆς τμημάτων ἕκαστον αὐτῶν μείζων φαίνεται. τὸ ἔγγιον τοῦ μεγίστου τῶν ἀεὶ φανερῶν τῶν δὲ ὑπὸ γῆν ἐλάχιστον, τὸ ἔγγιον τοῦ ἑρημίου κύκλου. διὰ τὸν χρόνον τῆς ὑπὸ γῆν φορᾶς τῶν ἀπὸ τούτου τοῦ κύκλου ἀστέρων ὄντων ἐλάχιστον ἔχειν. τὴν δὲ ὑπὲρ γῆς φορὰν πλεῖστον. τὰ δὲ ἐπὶ τὸν ἀπώτερον τούτων ἀεί, τὴν μὲν ὑπὲρ γῆς φορὰν ἐλάττονα χρόνον ἔχειν. τῆς δὲ ὑπὸ γὴν πλείονα. ἐλάχιστον δὲ χρόνον ἔχει τὸ ὑπὲρ γὴν φορᾶς τὰ ἔγγιστα τοῦ μεσημβρίας ὄντα. τῆς δὲ ὑπὸ γὴν πλεῖστον.

φαίνονται δὲ οἱ ἀπὸ τῶ κατὰ μέσου τούτων ὄντες ἰσοχρόνιον ποιούμενοι, τὴν ὑπὲρ γῆς φορὰν τῇ ὑπὸ γῆν. διὸ λέγομεν τοῦτον τὸν κύκλον ἰσημερινόν. οὐδὲ ἐπὶ τῶν ἴσων ἀπεχόντων τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου ἰσοχρόνιον ποιοῦνται τὴν φορὰν ἀναλλὰξ τμήμασιν. οἷον τὰ ὑπὲρ γῆς τῶν πρὸς ἄρκτους ὄντων: τοῖς ὑπὸ γῆν τῶν πρὸς μεσημβρίαν. τὰ δὲ ὑπὲρ γῆς, τῶν πρὸς μεσημβρίαν: τοῖς ὑπὸ γῆν τῶν πρὸς ἄρκτοις ὄντων. ὁ δὲ σύναμφότερος χρόνος κύκλων ὅτε ὑπὲρ γῆς καὶ ὁ συνεχὴς ὑπὸ γῆν τῶν συναμφοτέρων, ἑκάστου ἴσος φαίνεται. ὅτι δὲ ὁ τοῦ γάλακτος κύκλος καὶ ὁ ζωδιακὸς λοξοὶ ὄντες πρὸς τοῖς παραλλήλοις κύκλοις, καὶ τέμνοντες ἀλλήλους ἐν τῇ περιφορᾷ ἀεὶ ἡμικύκλιον ὑπὲρ γῆς ἔχοντες φαίνεται. Διὰ δὴ τὰ προειρημένα πάντα ὁ κόσμος ὑποκείσθω σφαιροειδής: εἴτε γὰρ ἢ κυλινδροειδὴς, ἢ κωνοειδὴς, οἱ ἀπὸ τῶν λοξῶν κύκλων, καὶ τεμνόντων, τὸν ἰσημερινὸν δίχα, οἱ ὑπολαμβανόμενοι ἀστέρες ἐν τῇ περιφορᾷ: οὐκ ἂν ἐφαίνοντο ἀεὶ ἀπὶ ἡμικυκλίων ἴσων φερόμενοι. ἀλλ' ὅτε μὲν ἀπὶ μείζονος ἡμικυκλίου τμήματος: ὅτε δὲ ἀπὶ ἐλάσσονος.

σονος. ἐὰν γὰρ κῶνος ἢ κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ παρὰ τὴν βάσιν: ἡ τομὴ γίγνεται ὀξυγωνίου κώνου τομὴ, ἢ τίς ἐστιν ὁμοία θυρεῶ. δῆλον οὖν ὅτι τοιούτου σχήματος διὰ τοῦ μέσου τεμνομένου κατά τε τὸ μῆκος καὶ πλάτος ἀνόμοια τμήματα ποιεῖ. δῆλον δὲ ὅτι κἂν λοξαῖς τμηθῇ διὰ τοῦ μέσου: καὶ οὕτως ἀνόμοια τμήματα ποιεῖ. ὅπερ οὐ φαίνηται γινόμενον κατὰ τὸν κόσμον. διὰ δὴ τούτων πάντων ὁ κόσμος ἔσται σφαιροειδὴς καὶ στρέφεται ὁμαλῶς περὶ ἄξονα. οὗ ὁ μὲν εἷς πόλος ὑπὲρ γῆν φανερὸς. ὁ δὲ εἷς ὑπὸ γὴν ἀφανῆς ὤν. Ορίζων δὲ καλείσθω τὸ δι' ἡμῶν ἐπίπεδον ἐκπίπτον εἰς τὸν κόσμον καὶ ἀφορίζον τὸ ὑπὲρ γῆν ὁρώμενον ἡμυσφαίριον. ἔσται δὲ κύκλος. ἐὰν γὰρ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ, ἡ τομὴ κύκλος ἐστί. Μεσημβρινὸς δὲ κύκλος καλείσθω, ὁ διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας καὶ ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. Τροπικοὶ δὲ ὧν ὁ διαμέσων τῶν ζωδίων κύκλος ἐφάπτεται: τοὺς αὐτοὺς πόλους ἐχόντες τῆς σφαίρας. Ὁ δὲ διὰ μέσων τῶν ζωδιῶν κύκλος, καὶ ὁ ἰσημερινὸς, μέγιστοί εἰσι. δίχα γὰρ τέμνουσιν ἀλλήλους. ἥτε γὰρ ἀρχὴ τοῦ κριοῦ, καὶ ἡ ἀρχὴ

τῶν χηλῶν καλὰ διάμετρός τι εἶσι καὶ ἀπ' ἴσημερινοῦ οὖσαι καλὰ συζυγίαν ἀναπληροῦσί τε καὶ διώυσι. μεταξὺ αὐτῶν ἔχουσαι: τῶν μὲν, δωδεκα ζωδίων ἐξ ζώδια: τὸ δὲ ἰσημερινοῦ κύκλου ἡμικύκλια δύο. ἐπεὶ δὴ ἑκατέρα ἀρχὴ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου ἴσα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ φέρεται. ἡ μὲν τὸ ὑπὲρ τῆς φορὰν, ἡ δὲ τὸ ὑπὸ γῆν. Ἐὰν δὲ σφαῖρα στρέφεται ὁμαλῶς περὶ τὸν ἑαυτῆς ἄξονα: πάντα τὰ ἀπὸ τῆς ἀπιφανείας τῆς σφαίρας σημεῖα, ἐν τῷ ἴσῳ χρόνῳ τὰς ὁμοίας περιφερείας, διεξέρχεται, τῶν παραλλήλων κύκλων καθ' ὧν φέρεται. ὁμοίας ἄρα περιφερείας διέξεισι τὸ ἰσημερινοῦ κύκλου τὴν μὲν ὑπὲρ γῆν, τὴν δὲ ὑπὸ γῆν. ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ περιφέρειαι. ἡμικύκλιον ἄρα ἑκατερόν ἐστι. τὸ μὲν ἀπὸ ἀνατολῆς ἀπὶ ἀναλολὴν, ἢ ἀπὸ δύσεως ἐπὶ δύσιν, ὅλος κύκλος ἐστὶ, δίχα ἄρα τέμνουσιν ἀλλήλους, ὅτε τῶν ζωδίων κύκλος καὶ ἰσημερινός. ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους δίχα ἑκάτερος τῶν τεμνόντων μέγιστος ἔσται, ὁ ἄρα τῶν ζωδίων κύκλος καὶ ὁ ἰσημερινὸς, μέγιστοί εἰσι. Καὶ ὁ ὁρίζων δὲ τῶν μεγίστων ἐστὶ κύκλος. τέμνει τε δὴ τῶν ζωδίων

αι κύ-

ων κύκλον, καὶ τὸν ἰσημερινὸν, μεγίστους ὄντας ἀεὶ δίχα τέμνει. τῶν τε γὰρ δώδεκα ζωδίων τὰ ἑξ ἀεὶ ὑπὲρ γῆς ἄνω ἔχει, καὶ τὸ ἰσημερινοῦ δὲ κύκλου ἀεὶ ἡμικύκλιον ὑπεράνω ἔχει, καὶ γὰρ τὰ ἐπὶ τούτου ἄστρα ἅμα ἀνατέλλοντα καὶ δυόμενα ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ παραγίνεται, τὸ μὲν, ἀπὸ ἀνατολῆς ἐπὶ δύσιν. τὸ δὲ ἀπὸ δύσεως ἐπὶ ἀνατολήν. φανερὸν ἂν εἴη τῶν πρότερον ἀποδεδειγμένων. ὅτι τοῦ ἰσημερινοῦ ἀεὶ διὰ τὸν ὁρίζοντά ἐστιν ἡμικύκλιον. ἐὰν δὲ ἐν σφαίρᾳ μένων κύκλος δίχα τέμνει τινα τῶν μεγίστων κύκλων ἀεὶ φερόμενον, καὶ ὁ τέμνων μέγιστός ἐστιν. ὁ ὁρίζων ἄρα τῶν μεγίστων ἐστὶ κύκλων.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

Πρότ: α. Θεώρ:) Ἡ γῆ ἐν μέσῳ τῷ κόσμῳ ἐστὶ καὶ κέντρου τάξιν ἐπέχει πρὸς τὸν κόσμον.

Πρότ: β. Θεώρ:) Εν μιᾷ κόσμου πειφορᾷ, ὁ μὲν διὰ τῶν πόλων τῆς σφαίρας κύκλος δίς ἔσται ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. ὁ δὲ τοῦ ζωδίων κύκλος πρὸς μὲν τὸν μεσήμβρινον, δίς ἔσται ὀρθὸς. πρὸς δὲ τὸν ὁρίζοντα, οὐδέποτε ὅταν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ ἢ τοῦ

θεμένου τροπικοῦ καὶ τοῦ ἀρκτικοῦ. ἐὰν δὲ ἐπί τινος τῶν τροπικῶν, ὁ πόλος ἢ τοῦ ὁρίζοντος. ὁ τῶν ζωδίων κύκλος, ἅπαξ ὀρθὸς ἔσται πρὸς τὸν ὁρίζοντα. ὅταν δὲ ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ τῶν τροπικῶν κύκλων ὑπάρχῃ. δὶς ἔσται ὁ τῶν ζωδίων κύκλος ὀρθὸς πρὸς τὸν ὁρίζοντα.

Προτ: γ. θεώρ:) Τῶν ἀπλανῶν ἄστρων τὰ ἀνατολάς τε καὶ δύσεις ποιουμένων, ἕκαστον καθὰ τὰ αὐτὰ σημεῖα τοῦ ὁρίζοντος ἀνατέλλει τε καὶ δύνει.

Πρότ: δ: θεώρ:) Ὅσα τῶν ἄστρων ἐστὶν ἀπὸ μεγίστου κύκλου περιφερείας. ὃς μήτε τέμνει τὸν μέγιστον τῶν ἀεὶ φανερῶν κύκλον μήτε ἐφάπτεται αὐτοῦ: τούτων τὰ πρότερον ἀνατέλλοντα: καὶ πρότερον δύνει.

Πρότ: ε. θεώρ) Ὅσα τῶν ἄστρων ἐστὶν ἐπὶ μεγίστου κύκλου περιφερείας ὃς τέμνει τὸν μέγιστον τῶν ἀεὶ φανερῶν. τούτων τὰ πρὸς τοῖς ἄρκτοις ὄντα: πρότερον μὲν ἀνατέλλει ὕστερον δὲ δύνει.

Πρότ: ς. θεώρ:) Ὅσα τῶν ἄστρων ἐν τῷ τῶν ζωδίων κύκλῳ καθὰ διάμετρον ἐστὶ: συζύγως ἀνατέλλει τε καὶ δύνει: ὁμοίως καὶ τὰ ἐν τῷ ἰσημερινῷ.

Πρότ:

Πρότ: ζ. θεώρ:) Ὁ τῶν ζωδίων κύκλος καὶ τὰ αὐτὰ τόπον τοῦ ὁρίζοντος τὸν μεταξὺ τῶν τροπικῶν κύκλων ἀνατέλλει τε καὶ δύνει. ὅταν ὁ μέγιστος τῶν ἀεὶ φανερῶν μὴ μείζων ᾖ τροπικοῦ κύκλου. καὶ τροπὰς ποιῆται ἐναντίας μεθισάμενος. ὅταν μὲν γὰρ τοῖς ἀνατολοῖς πρὸς μεσημβρίαν μεθίσηται τὰς δύσεσι πρὸς ἄρκτους μεθισάμενος φαίνεται. ὅταν δὲ τὰς ἀναλολὰς πρὸς ἄρκτους μεθίσεται. τὰς δύσεσι πρὸς μεσημβρίαν μεθισάμενος φαίνεται. καὶ ἄλλοτε ἄλλως ὑπὲρ ἡμᾶς ἴσεται.

Πρότ: η. θεώρ:) Τὰ ζώδια ἐν ἀνίσοις τμήμασι τοῦ ὁρίζοντος ἀνατέλλει τε καὶ δύνει. καὶ ἐν μεγίστοις μὲν τὰ πρὸς τὰ ἰσημερινῷ. ἐν ἐλάσσονι δὲ τὰ ἑξῆς τούτων. ἐν ἐλαχίστοις δὲ τὰ πρὸς τοῖς τροπικοῖς. ἐν ἴσοις δὲ τὰ ἴσον ἀπέχοντα τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου.

Πρότ: θ. θεώρ:) Τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου τὰ ἡμικύκλια ὅσα μὴ τὰς ἀρχὰς ἔχει ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλει ὅλα, καὶ ἐν πλείστῳ μὲν τὸ μετὰ τὸν χαρκίνον. ἐν ἐλάσσονι δὲ, τὰ ἑξῆς τούτου. ἐν ἐλαχίστοις δὲ τὸ μετὰ τὸν αἰγοκέρων. ὅσα δὲ τὰς

ἀρχὰς ἔχει ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τῶν παραλλήλων, ἐν ἴσοις χρόνοις ἀνατέλλει.

Πρότ: ῑ. θεώρ:) Εὰν τοῦ τῶν ζωδιῶν κύκλου δύο ἡμικύκλια ἀνατέλλει ἐν ἀνίσοις χρόνοις κοινὴν τινὰ ἔχοντα περιφέρειαν. καὶ αἱ ἀπεναντίον περιφέρειαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλουσι. καὶ αἱ αὐταὶ διαφοραὶ ἔσονται τῶν χρόνων ἐν οἷς τάτε ἡμικύκλια ἀνατέλλει, καὶ αἱ ἀπεναντίον περιφέρειαι: καὶ ἐὰν τοῦ τῶν ζωδιῶν κύκλου δύο ἡμικύκλια ἐν ἴσοις χρόνοις ἀνατέλλη κοινήν τινα ἔχοντα περιφέρειαν, καὶ αἱ ἀπεναντίον περιφέρειαι ἐν ἴσοις ἀνατέλλουσιν.

Πρότ: ῑα. θεώρ:) Τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου τῶν ἴσωντε καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν: ἐν ὧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει: ἡ ἑτέρα δύνει: ἐν ὧ δὲ ἡ ἑτέρα δύνει: ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει.

Πρότ: ῑβ. θεώρ:) Τοῦ μετὰ τὸν κάρκινον ἡμικυκλίου, αἱ ἴσαι περιφερεῖαι: ἐν ἀνίσοις χρόνοις δύνουσι: καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν: ἐν ἐλάσσουσι δὲ αἱ ἑξῆς τούτων: ἐν ἐλαχίστοις δὲ αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ: ἐν ἴσοις δὲ, αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου, καὶ δύνουσι καὶ ανατέλλουσι.

Πρόπ: ῑγ. θεώρ:) Τοῦ μετὰ τὸν αἰγόκερω ἡμι-

ἡμικυκλίου αἱ ἴσαι περιφερεῖαι ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἀνατέλλουσιν. καὶ ἐν πλείστοις μὲν αἱ πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν: ἐν ἐλάσσουσι δὲ, αἱ ἑξῆς τούτων: ἐν ἐλαχίστοις δὲ, αἱ πρὸς τῷ ἰσημερινῷ: ἐν ἴσοις δὲ, αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου, καὶ ἀνατέλλουσι καὶ δύνουσιν.

Πρότ: ιδ. θεώρ:) Τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου αἱ ἴσαι περιφερεῖαι, οὐκ ἐν ἴσοις χρόνοις ἐξαλλάσσουσι τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον: ἀλλ' ἐν πλειόνι, αἱ ἔγγιον τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, τῆς ἀπώτερον: ὅταν ὁ πόλος τοῦ ὁρίζοντος μεταξὺ ἦ τοῦτε ἀρκτικοῦ, καὶ τοῦ θερινοῦ.

Πρότ: ιε. θεώρ:) Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐν ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ, αἱ ἴσαι περιφέρειαι, ἐν ἀνίσοις χρόνοις ἐξαλλάσσουσι τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον: καὶ ἐν πλείονι μὲν αἱ ἔγγιον τῆς συναφῆς τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ τῆς ἀπώτερον: ἐν ἴσῳ δὲ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἡμικυκλίων.

Πρότ: ις. θεώρ:) Τοῦ τῶν ζωδίων κύκλου, τῶν ἰσῶν τε καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν, ἐν ὧ χρόνῳ ἐξαλλάσσει ἡ ἑτέρα τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον: ἡ ἑτέρα τὸ ἀφανὲς: καὶ ἐν ὧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα τὸ ἀφανὲς, ἡ ἑτέρα τὸ φανερόν.

Πρότ: ιζ. θεώρ:) Τῶν τοῦ ζωδίων κύκλου αἱ ἴσαι παραφερείαι, οὐκ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἐξαλλάσσουσι τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον: ἀλλ' ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ἔγγιον τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ, τῆς ἀπώτερον: ἐν ἴσῳ δὲ, αἱ ἴσον ἀπέχουσαι, ὁποτέρας τῶν παραφορῶν.

Πρότ: ιη. θεώρ:) Τῶν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἰσημερινοῦ παραφερομένων, ἴσων τε καὶ ἴσον ἀπεχόντων τοῦ ἰσημερινοῦ, ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἡ ἑτέρα τὸ ἀφανὲς: καὶ ἐν ᾧ χρόνῳ, ἡ ἑτέρα ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον: ἡ ἑτέρα τὸ φανερόν:

Πρότ: ιθ. θεώρ:) Τῶν δὲ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ ὑπολαμβανομένῳ ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ τῷ θερινῷ τροπικῷ ἴσων παραφερομένων, ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ἑτέρα αὐτῶν ἐξαλλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον, ἤπερ ἡ λοιπὴ τὸ ἀφανὲς, καὶ ἡ τυχοῦσα τῆς τυχούσης.

Πρότ: κ. θεώρ:) Ὡσαύτως δὲ καὶ τὸ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ τῷ ὑπολαμβανομένῳ ὑπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ τῷ χειμερινῷ τροπικῷ, ἴσων παραφερομένων, ἐν πλείονι χρόνῳ ἡ ἑτέρα αὐτῶν ἐξαλλάσσει τὸ ἀφανὲς ἡμισφαίριον, ἤπερ ἡ λοιπὴ τὸ φανερὸν: ἢ ἡ τυχοῦσα τῆς τυχούσης.

ΤΕΛΟΣ.

EVCLIDIS ELE-
MENTORVM GEOME-
TRIÆ LIBRI QVIN-
DECIM.

LIBER PRIMVS.

Definitiones.

PVnctum est, quod partem non habet.
Linea est, longitudo absq; latitudine.
Termini lineæ sunt puncta.
Linea recta est, quæ ex æquo posita est inter sua puncta.
Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet.
Termini superficiei sunt lineæ.
Plana superficies est, quæ ex æquo posita est inter suas lineas rectas.
Angulus planus est, duarum linearum sese in plano tangentium, & non ex aduerso positarum, mutua inclinatio.
Rectilineum vocamus angulum, quem lineæ rectæ continent.
Cùm recta super rectam stans, angulos vici-

nos inter se fecerit æquales: rectus est vterq; æqualium illorum angulorum.

Recta verò linea angulos illos æquales faciens: perpendicularis dicitur ad eam lineam, super qua consistit.

Obtusus angulus est, qui recto est maior.

Acutus verò, qui recto est minor.

Terminus est, qui alicuius finis est.

Figura est, quæ termino aliquo, aut aliquibus terminis continetur.

Circulus est figura plana, vna linea contenta, quam vocamus circumferentiam: ad quam ab vno aliquo ex punctis, quæ intra ipsam sunt: omnes lineæ rectæ procidentes, inter se sunt æquales.

Centrum verò circuli, vocatur hoc in circulo medium punctum.

Dimetiens circuli est, recta quædam linea, per Centrum circuli ducta, vtrinq; ad circumferentiam circuli desinens: ipsumq; circulum in duas partes æquales diuidens.

Semicirculus est figura, quam dimetiens circuli, & intercepta à dimetiente circumferentia continent.

Segmen-

Segmentum circuli est, figura quam linea recta, & circuli circumferentia continet.

Rectilineæ figuræ sunt, quas rectæ lineæ ambiunt.

Trilateræ quidem, quas ambiunt tres rectæ.

Quadrilateræ verò quas quatuor: multilateræ deniq; quas plures, quàm quatuor rectæ ambiunt.

Ex trilateris autẽ figuris. Triangulus æquilaterus est: qui tria habet æqualia latera.

Æquicrurus, qui duo tantum habet æqualia latera.

Scalenus triangulus: qui tria habet inæqualia latera.

Item ex trilateris figuris, triangulus rectangulus est: qui angulum habet rectum.

Amblygonius, qui angulũ habet obtusum.

Oxygonius, qui angulos tres acutos habet.

Ex quadrilateris figuris, quadratũ est, quod æquilaterum est, & rectangulum.

Quadrangulum oblongum, quod rectangulũ quidem est, sed non æquilaterum.

Rhombus, quod æquilaterum quidem est, sed non rectangulum.

Rhomboeides, quod latera è regione posita habet æqualia, ac etiam angulos: non tamen est æquilaterum, neq; rectangulum.

Omnes reliquæ præter has quadrilateræ figuræ, Trapezia vocentur.

Æquedistantes rectæ lineæ sunt, quæ in eodē plano sitæ: & in infinitum ex vtraq; parte extensæ: in neutra tamen concurrunt.

POSTVLATA.

Petatur. A quouis puncto, ad quoduis punctum: rectam lineam describere.

Item, lineam rectam finitam: in infinitum vsque extendere.

Item, quouis centro, & interuallo: describere circulum

COMMVNES NOTIONES seu sententiæ.

Quæ eidem sunt æqualia: illa inter se sunt æqualia.

Si æqualibus æqualia fuerint adiecta: etiam tota sunt æqualia.

Si ab æqualibus æqualia fuerint ablata: etiā quæ relinquuntur, sunt æqualia..

Si inæqualibus æqualia fuerint adiecta: etiã tota sunt inæqualia.

Si ab inæqualibus æqualia fuerint sublata: quæ relinquuntur sunt inæqualia.

Quæ sunt eiusdem dupla: inter se sunt æqualia.

Quæ eiusdem sunt dimidia: illa inter se sunt æqualia.

Quæ applicata inter se conueniunt: sunt æqualia.

Totum est maius sua parte.

Omnes recti anguli: inter se sunt æquales.

Cùm in duas rectas, recta incidens linea, duos internos ex vna parte angulos, duobus rectis facit minores: productæ istæ duæ lineæ rectæ in infinitum, ex ea parte concurrent, vbi sunt illi duo anguli duobus rectis minores.

Duæ lineæ rectæ, figuram non faciunt.

PROPOSITIONES.

Propositio 1. problema.

SVper data linea recta finita: triangulum æquilaterum constituere.

Prop: 2. prob:), Ad punctum datum lineæ rectæ datæ: æqualem lineam rectã ponere.

Prop: 3. prob:) Duabus rectis inæqualibus datis: ex maiore, minori æqualem rectam lineam auferre.

Prop: 4. Theor:) Si duo trianguli duo latera duobus lateribus habuerint æqualia alterum alteri: & angulum angulo æqualem, qui æqualibus rectis lineis continetur: etiam basim basi habebunt æqualem: & triangulus triangulo erit æqualis: & reliqui anguli, reliquis angulis erunt æquales, alter alteri, quos latera subtendunt æqualia.

Prop: 5. Theor:) Triangulorum, qui duo æqualia habent latera: anguli ad basim sunt æquales. Et productis æqualibus illis rectis: etiam qui sub basi sunt anguli: inter se erunt æquales.

Prop; 6. Theor:) Si trianguli alicuius, duo anguli æquales inter se fuerint: etiam latera, quæ æquales illos angulos subtendunt: erunt inter se æqualia.

Prop:) 7. Theor:) Super eadem linea recta: duabus eisdem rectis: aliæ duæ rectæ æ-

quales

quales altera alteri: non statuatur ad aliud, atq; aliud punctum: in easdem partes: eosdem habentes terminos, quos lineæ primæ.

Prop: 8. Theor:) Si duo trianguli, duo latera duobus lateribus habuerint æqualia alterum alteri: habuerint verò etiam basin, æqualem basi: etiam angulum angulo habebunt æquàlem, quem æquales illæ lineæ rectæ continent.

Prop: 9. Prob:) Datum angulum rectilineum, per medium secare: vel in duas partes æquales secare.

Prop: 10. prob:) Datam lineam rectam finitam: in duas partes æquales secare.

Prop: 11. prob:) Datæ lineæ rectæ, à dato in ea puncto: ducere lineam rectam ad angulos rectos: id est, rectos facientem angulos.

Prop: 12. prob:) Ad lineam rectam datã infinitam, à dato puncto, quod in ea non est: perpendicularem rectam lineam ducere.

Prop: 13. Theor:) Vt recta super recta stans, angulos fecerit: vel duos rectos, vel duobus rectis æquales eos faciet.

Prop: 14. Theor:) Si ad lineam quandam

rectam: & punctum in ea datum: duæ rectæ non in easdem partes sitæ: angulos (ἐφεξῆς) vicinos: duob. rectis angulis æquales fecerint: duæ istæ rectæ, ἐπ' εὐθείας, altera alteri erũt.

Prop: 15. Theor:) Si duæ lineæ rectæ, sese mutuo secant: facient angulos ad verticem, inter se æquales.

Prop: 16. Theor:) Omnis trianguli, vno ex lateribus protracto: angulus extraneus vtroq; eorum, qui intra triangulum sunt, quibus ipse opponitur, est maior.

Prop: 17. Theor:) Omnis trianguli, quiuis duo anguli: duobus rectis angulis sunt minores: quouis modo sumpti.

Prop: 18. Theor:) Vt quoduis latus trianguli est maius: ita maiorem subtendit angulum.

Prop: 19. Theor:) Vt triangulus aliquis, angulum quemuis habuerit maiorem: ita etiam maiorem habebit eam lineam rectam, quæ illum subtendit angulum.

Prop: 20. Theor:) Omnis trianguli, quæuis duo latera: sunt maiora reliquo.

Prop: 20. Theor:) Si à finibus vnius late-

ris

ris trianguli cuiuſuis: duæ rectæ lineæ intra triangulum ad punctum idem ſtatuantur: erunt quidē, iſtæ duæ rectæ lineæ: reliquis duobus trianguli eius: lateribus minores: verùm maiorem angulum comprehendent.

Prop: 22. prob:) Ex tribus lineis rectis: quæ ſunt æquales tribus rectis lineis datis: triangulum conſtituere. Oportet verò quasuis duas, reliqua eſſe maiores: propterea quòd in omni triangulo, quæuis duo latera: maiora ſunt reliquo.

Prop: 23. prob:) Ad datam lineam rectā: & datum in ea punctum: dato angulo rectilineo: æqualem angulum rectilineum, ſtatuere.

Prop: 24. Theor:) Si fuerint trianguli vnius, duo latera æqualia duobus lateribus alterius trianguli, alterum alteri: ſed angulus vnius maior angulo alterius, quem æquales rectæ lineæ comprehendunt: etiam baſis baſi maior erit.

Prop: 25. Theor:) Si trianguli vnius, duo latera fuerint æqualia duobus lateribus trianguli alterius: ſed baſis vnius, fuerit maior baſi alterius: erit etiam angulus vnius maior

angulo alterius: quem æquales illæ rectæ lineæ comprehendunt.

Prop: 26. Theor:) Quorum triangulorum, duo anguli vnius fuerint æquales duobus angulis alterius: alter alteri: & latus vnum, æquale vni: siue illud appositum sit æqualibus illis angulis: siue subtendat vnum ex æqualibus illis angulis: illorum cum reliqua latera inter se erunt æqualia, alterum alteri: tum etiam reliquus angulus reliquo angulo erit æqualis.

PARS ALTERA HVIVS primi elementi.

Prop: 27. Theor:) Si in duas lineas rectas, recta incidens linea: alternos æquales inter se angulos fecerit: rectæ illæ duæ lineæ, æquedistantes erunt.

Prop: 28. Theor:) Si linea recta, in duas rectas incidens lineas: extraneum angulum, interno cui opponitur ex eadem parte fecerit æqualem: vel si duos internos ex eadem parte: fecerit æquales duobus angulis rectis: æquedistãtes inter se erũt, duæ illæ lineæ rectæ.

Prop: 29. Theor:) Linea recta, in duas rectas

ctas æquedistantes lineas incidens: angulos alternos inter se æquales: & angulum externum, interno opposito ex eadem parte facit æqualem: item duos angulos internos, ex eadem parte: facit æquales duobus rectis.

Prop: 30. Theor:) Quæ eidem lineæ rectæ æquedistant: illæ etiam inter se æquedistant.

Prop: 31: prob:) A puncto dato: datæ lineæ rectæ: rectam lineam æquedistantem ducere.

Prop: 32. Theor:) Omnis trianguli, vno è lateribus protracto: exterior angulus, duobus angulis interioribus quibus opponitur, est æqualis: & trianguli tres interiores anguli: duobus rectis sunt æquales.

Prop: 33. Theor:) Lineæ rectæ, quæ æquales, & æquedistantes inter se lineas rectas ex eadem parte coniungunt: etiam ipsæ æquales & æquedistantes inter se sunt.

Prot: 34. Theor:) Areæ, quæ æquedistantibus lineis rectis continentur: habent latera opposita, & angulos oppositos inter se æquales: & dimetientes ipsas medias secant.

TER-

TERTIA HVIVS ELEmenti pars.

Prop: 35. Theor:) Quæ parallelogramma, eandem habent baſin: & in eisdem æquediſtantibus ſunt lineis rectis: illa ſunt æqualia inter ſe.

Prop: 36. Theor:) Quæ parallelogramma, æquales habent baſes: & ſunt in eisdem æquediſtantibus lineis rectis: illa ſunt æqualia inter ſe.

Prop: 37. Theor:) Qui trianguli eandem habent baſin: & ſunt in eisdem æquediſtantibus lineis rectis: illi ſunt inter ſe æquales.

Prop: 38. Theor:) Qui trianguli, æquales habent baſes: & ſunt in eisdem æquediſtantibus lineis rectis: illi inter ſe ſunt æquales.

Prop: 39. Theor:) Trianguli æquales, eandem habentes baſim: & ex eadem parte, & in eisdem æquediſtantibus rectis ſunt.

Prop: 40. Theor:) Trianguli æquales, ſuper æqualibus conſtituti baſibus: ſunt in eisdem rectis æquediſtantibus.

Prop: 41. Theor:) Parallelogrammon, trianguli eſt duplum: ſi ſuper eadem conſiſtat baſi:

baſi: & in eisdem fuerit æquediſtantibus lineis rectis.

Prop: 42. prob:) Dato triangulo, æquale ſtatuere parallelogrammon: in angulo rectilineo dato.

Prop: 43. Theor:) Omnis parallelogrammi, eorum quæ circa eandem ſunt dimetientem parallelogrammωn ſupplementa: æqualia interſe ſunt.

Prot: 44. prob:) Ad datam lineam rectam: dato triangulo: æquale ſtatuere parallelogrammon: in angulo rectilineo dato.

Prop: 45. prob:) Dato rectilineo: æquale ſtatuere parallelogrammon: in angulo rectilineo dato.

Prop: 46. prob:) A data linea recta: deſcribere quadratum.

Prop: 47. Theor:) In triangulis rectangulis, quadratum lateris angulum rectum ſubtendentis: eſt æquale quadratis laterum, rectum angulum continentium.

Prop: 48. Theor:) Si quadratum vnius lateris trianguli: fuerit æquale quadratis reliquorum duorum laterum: erit angulus, quem

reli-

reliqua illa duo trianguli latera continent, rectus.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

Definitiones.

OMne parallelogrammum rectangulũ contineri dicitur duabus lineis rectis, quæ angulum vnum rectum comprehendunt.

In omni verò parallelogrammo vnum ex illis, quæ circa diametrum sunt parallelogrammis quodcunque id fuerit, cum duobus supplementis, nominetur gnomon.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Datis duabus lineis rectis, quarum altera in quotcunq; partes sit secta: erit rectangulum, quod duæ illæ rectæ lineæ continent: æquale ijs rectangulis, quæ continentur ea linea, quæ secta non est, & omnibus alterius lineæ segmentis.

Prop: 2. Theor:) Si recta linea vtcunque secta fuerit: rectangula quæ à tota & vtroq; segmentorum continentur, sunt æqualia quadrato à tota illa linea descripto.

Prop:

Prop: 3. Theor:) Si linea quædam recta vicunq; fuerit secta: rectangulum tota linea recta, & vno segmento contentum: est æquale rectangulo ipsis segmentis contento, & quadrato à prædicto segmento descripto.

Prop: 4. Theor:) Si recta linea secta fuerit vicunque, quadratum à tota linea recta descriptum: erit æquale quadratis segmentorum, & rectangulo quod bis ipsis continetur segmentis.

Prop: 5: Theor:) Si recta linea in æqualia & in inæqualia fuerit secta: rectangulũ quod segmentis continetur inæqualibus cum quadrato quod à linea inter ipsa segmenta posita describitur: æquale est quadrato à dimidia linea descripto.

Prop: 6. Theor:) Si recta linea in duas partes æquales secta fuerit: & ei addatur alia quædam recta linea è directo: tum rectangulum quod tota & addita linea recta continetur, cum quadrato à dimidia linea recta descripto: est æquale quadrato à linea composita ex dimidia, & adiecta, ac si esset vna tantum linea recta, descripto.

Prop:

Prop: 7. Theor:) Si recta linea secta vtcunq; fuerit: quadratum quod à tota, & alterum quod à segmento describitur: ista duo inquam quadrata æqualia sunt, rectangulo quod tota linea recta, & prædicto segmento bis continetur: & quadrato reliqui segmenti.

Prop: 8. Theor:) Si recta linea secta vtcunq; fuerit, rectangulum, quod tota linea, & altero segmento quater continetur, cum quadrato à reliquo segmento descripto: æquale est quadrato quod à tota & prædicto segmento, tanquam vna esset linea recta, describitur.

Prop: 9. Theor:) Si recta linea fuerit secta in æqualia, et in inæqualia: quadrata à segmentis inæqualibus totius lineæ rectæ descripta, dupla sunt quadrati à dimidia descripti, & quadrati eius lineæ, quæ intra ipsas comprehenditur sectiones.

Prop: 10. Theor:) Si recta linea dissecta fuerit in partes duas æquales, & adijciatur ei recta quædam linea è directo: tum quadratum quod à tota cum adiecta describitur, & quadratum ab adiecta descriptum, hæc duo quadrata coniuncta, dupla sunt quadrati à dimi-

ia

dia linea descripti, & quadrati à recta ex dimidia & adiecta composita, tanquam esset vna linea recta descripti.

Prop: 11. Prob:) Datam lineam rectam ita secare, vt rectangulum quod tota linea recta, & altero segmento continetur: æquale sit quadrato à reliquo segmento descripto.

Prop: 12. Theor:) In triangulis amblygonijs (id est, obtusum habentibus angulum) quadratum quod describitur à latere, obtusum angulum subtendente: maius est quadratis laterum obtusum angulum continentium: rectangulo quod bis continetur latere vno obtusum augulum continente, in quod si producatur perpendicularis, cadit: & recta interceptа externè ab ipsa perpendiculari ad angulum obtusum.

Prop: 13. Theor:) In triangulis oxygonijs, quadratum descriptum à latere acutum angulum subtendente, minus est quadratis laterum acutum illum angulum continentium, rectangulo quod bis continetur vno latere eorum, quæ acutum continent angulum, & in quod ipsa cadit perpendicularis: & linea in-

terne ab ipsa perpendiculari intercepta, ad ipsum angulum acutum.

Prop: 14. prob:) Dato rectilineo: æquale quadratum constituere.

EVCLIDIS ELEMETORVM geometriæ liber tertius.

Definitiones.

CIrculi illi æquales sunt, quorum diametri erunt æquales: vel qui æquales habent ex centris ductas lineas rectas.

Illa recta linea dicetur circulum tangere, quæ cum tangit circulum, & producta fuerit: tamen non secat circulum.

Circuli dicuntur sese mutuo tangere, qui dum sese tangunt, nõ tamen sese mutuo secãt.

Rectæ in circulo æqualiter à centro distare dicuntur: quando perpendiculares à centro ad illas ductæ: æquales fuerint, longius verò illa distare dicetur, in quam maior cadit perpendicularis.

Segmentum circuli, est figura quæ linea recta & circuli circumferentia continetur.

Angu-

Angulus verò segmenti est, qui linea recta, & circuli circumferentia continetur.

Angulus verò in segmento est, quando in circumferentia segmenti sumptum fuerit aliquod punctum, & rectæ quædam ab eo puncto ad extrema lineæ rectæ, quæ basis segmenti est, ductæ fuerint, angulus qui duabus illis ductis lineis rectis continetur, erit in segmento. Quando verò rectæ angulum continentes, absumpserint aliquam circumferentiæ partem, in illa dicetur angulus constitutus esse.

Sector circuli est, quando angulus fuerit ad centrum circuli constitutus, illa inquam figura, quæ continetur lineis rectis, angulum facientibus, & circumferentiæ parte, quæ lineis rectis istis est intercepta.

Similia segmenta circuli sunt, quæ æquales habent angulos, aut in quibus anguli sunt æquales.

Propositiones.

Prop: 1. prob:) Dati circuli centrum inuestigare.

Prop: 2, Theor:) Si in circuli circumferen

tia ſumantur duo puncta, recta quæ duo puncta iſta coniungit, intra circulum cadit.

Prop: 3. Theor:) Si in circulo recta quædam per centrum ducta, aliam quandam rectam per centrum non ductam in duas ſecuerit partes: ad angulos rectos illam ſecabit. & ſi ad angulos rectos ſecat; etiam in duas partes æquales ſecabit.

Prop: 4. Theor:) Si in circulo duæ rectæ ſeſe mutuò ſecuerint, quæ tamen per centrum non ſunt ductæ: non ſecant ſeſe mutuò in duas partes æquales.

Prop: 5. Theor:) Si duo circuli ſeſe muto ſecant, non habent vnum idemq; centrum.

Prop: 6. Theor:) Si duo circuli ſeſe mutuò internè ſecant: non habent vnum idemq; centrum.

Prop: 7. Theor:) Si in diametro circuli ſumatur aliquod punctum, quod non eſt centrum circuli, & à puncto iſto ad circulum ductæ ſint quædam lineæ rectæ, longiſſima erit illa, in qua eſt circuli centrum: reliqua verò omnium breuiſſima: ex alijs verò ſemper ea, quæ rectæ per centrum ductæ proximior eſt,

lon-

longior erit ea, quæ longius ab ea distat: duæ verò solummodo sunt rectæ æquales ductæ ab eodem isto puncto ad circulum ex vtraq; parte lineæ breuissimæ.

Prop: 8. Theor:) Si extra circulum aliquod sumatur punctū, & ab eo puncto ad circulum ducantur quædam lineæ rectæ, quarum vna per centrum sit ducta, reliquæ verò quòuis modo, ex quibus quæ ad concauam circumferentiam cadunt, illa quæ per centrum est ducta, longissima erit, aliarum verò vnaquæq; quæ rectæ per centrum ductæ proximior est, longior erit remotiore, illarum verò quæ ad conuexam circumferentiam cadunt, breuissima est, quæ cadit inter punctum istud, & diametrum, reliquarum verò semper ea, quæ proximior erit breuissima, breuior erit remotiore. duæ verò solummodo rectæ ab isto puncto, ad circulum ex vtraq; parte breuissimæ lineæ cadent.

Prop: 9. Theo:) Si punctum aliquod intra circulum sumatur, & ab eo puncto ad circulum ducantur plures quàm duæ rectæ æquales, punctum istud assumptum, centrum est circuli.

Prop: 10. Theor:) Circulus circulum non secat in pluribus punctis, quàm in duobus tantum.

Prop: 11. Theor:) Si duo circuli sese mutuò tangent intus, & eorum sumantur centra: quæ per centra illarum ducta fuerit, & extensa: etiam cadet in contactū circulorum.

Prop: 12. Theor:) Si duo circuli sese mutuò tangent extra: recta quæ illorum centra coniungit, per contactum transit.

Prop: 13. Theor:) Circulus circulum non tangit pluribus in punctis, quàm in vno tantum: siue intus id fiat, siue extra tangat.

Prop: 14. Theor:) In circulo rectæ æquales, æqualiter à centro distant: & rectæ æqualiter à centro distantes, æquales inter se sunt.

Prop: 15. Theor:) In circulo longissima est illa, quæ diameter est, reliquarum verò illa semper, quæ proximior est centro, longior erit remotiore.

Prop: 16. Theor:) Recta quæ ab alterutro extremo diametri ducta fuerit diametro ad angulos rectos, extra circulum cadet: & alia linea recta non cadet inter ipsam, & circuli

circum-

circumferentiã: angulus verò semicirculi maior est quouis angulo acuto rectilineo, reliquus verò quouis acuto angulo rectilineo minor.

Prop: 17. Prob:) A dato puncto, ducere lineam rectam: quæ datum circulum tangat.

Prop: 18. Theor:) Si circulum aliqua linea recta tangat, & à centro ad contactam ducta fuerit quædam linea recta: illa quæ ducta est linea, erit perpendicularis ad eam quæ circulum tangit.

Prop: 19. Theor:) Si recta quædam circulum tangat: à contactu verò ducatur quædam linea recta, quæ ad angulos sit rectos lineæ quæ circulum tangit: centrum circuli est in ea linea, quæ à contactu ad angulos rectos ducta est.

Prop: 20. Theor:) In circulo angulus ad centrum constitutus duplus est ad angulum qui ad circumferentiam constituitur, tum scilicet, quando anguli eandem circumferẽtiam pro basi habuerint.

Prop: 21. Theor:) In circulo anguli qui in eodem sunt segmento, sunt inter se æquales.

Prop: 22. Theor:) Quadrilaterarũ figura-

rum in circulo descriptarum anguli oppositi duobus rectis sunt æquales.

Prop: 23. Theor:) Super eandem lineam rectam duorũ circulorum segmenta similia, & inæqualia non statuerunt in easdem partes.

Prop: 24. Theor:) Similia circulorum segmenta, quæ supra æquales rectas constituuntur, æqualia sunt.

Srop: 25. prob:) Dato segmento circuli ad scribere, & delineare circulum, cuius quidem sit datum segmentum.

Prop: 26. Theor:) In circulis æqualibus, anguli æquales, æqualibus in circumferentijs constituuntur, siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.

Prop: 27. Theor:) In circulis æqualibus, anguli qui consistunt in circumferentijs æqualibus, æquales inter se sunt: siue ad centra, siue ad circumferentias constituantur.

Prop: 28. Theor:) In circulis æqualibus, rectæ æquales, etiam æquales auferunt circumferentias: maiorem maiori æqualem, & minorem minori.

Prop: 29. Theor:) In circulis æqualibus,

rectæ

rectæ æquales: subtendunt etiam circumferentias æquales.

Prop: 30. prob:) Datam circumferentiam: secare in duas partes æquales.

Prop: 31. Theor:) In circulo angulus qui est in semicirculo, est rectus, qui verò in maiore est segmento, minor erit recto: qui verò in minore segmento constituetur, maior recto. præterea angulus segmenti maioris, maior recto, minoris verò segmenti, minor recto erit.

Prop: 32. Theor:) Si recta quædam circulum tangat, à contactu verò ad circulum ducatur quædam recta circulum secans: quousq; fecerit angulos ad lineam contingentem: æquales erunt angulis qui in segmentis sunt permutatim sumpti.

Prop: 33. prob.) Super datam lineam rectam: describere segmentum circuli, quod contineat angulum, dato angulo rectilineo æqualem.

Prop: 34. prob:) A dato circulo auferre segmentum, quod contineat angulum æqualem, dato angulo rectilineo.

Prop: 35. Theor:) Si in circulo duæ rectæ

ſeſe ſecant: rectangulum quod continetur ſegmentis vnius, æquale eſt rectangulo, quod continetur ſegmentis alterius.

Prop: 36. Theor:) Si in circulo aliquod ſumatur punctum extrinſecus: & ab eo ad circulum cadant duæ lineæ rectæ, quarum altera circulum ſecet, altera circulum tangat: rectangulum quod continetur tota recta ſecante, & recta quæ extrinſecus intra punctū & conuexam circumferentiam intercipitur, æquale eſt quadrato lineæ rectæ tangentis.

Prop: 37. Theor:) Si in circulo punctum aliquod extrinſecus ſumatur, & à puncto ad circulum cadant lineæ duæ rectæ, quarum altera circulum ſecet, altera verò incidat in circulum: ſit verò rectangulum, quod tota ſecante, & ea quæ intra punctum & conuexam circum ferētiam ponitur: æquale quadrato lineæ rectæ incidentis: recta iſta quæ incidit, tanget circulum.

Finis libri tertij elementorum.

EV-

EVCLIDIS ELEMENTO-rum liber quartus.

Definitiones.

FIgura rectilinea dicetur in figuram rectilineam inscribi, quando vnusquisq; angulus eius figuræ, quæ inscribitur, tangit vnumquodq; latus figuræ, in quã est inscripta.

Figura etiam dicetur similitudine quadã circa figuram describi: quando vnumquodq; latus figuræ circũscriptæ, tangit vnumquemque angulum eius figuræ, circa quam describitur.

Figura rectilinea in circulum inscribi dicetur: quando vnusquisq; angulus figuræ inscriptæ tangit circuli circumferentiam.

Figura rectilinea dicetur circa circulũ describi, quando vnusquisq; angulus tangit circuli circa quem describitur figura, circumferentiam.

Circulus verò similiter dicetur in figuram inscribi, quando circuli circumferentia tangit vnumquodq; latus figuræ eius, in quã inscribitur.

Cir-

Circulus verò dicetur intra figuram descri bi, quando circuli circumferentia tangit vnumquemq; angulum figuræ, circa quam circulus describitur.

Recta linea dicetur in circulum coaptari, quando eius extrema fuerint in circumferentia circuli.

PROPOSITIONES.

Prop: 1. prob:) In datum circulum, datæ lineæ rectæ, quæ non maior est diametro circuli: æqualem rectam applicare.

Prop: 2. prob:) In datum circulum dato triangulo, triangulum æquales habentem cum dato triangulo angulos inscribere.

Prop: 3. prob:) Circa datum circulum dato triangulo, circumscribere triangulum, qui æquales habeat angulos cum dato triangulo.

Prop: 4. prob:) In datum triangulum: inscribere circulum.

Prop: 5. prob.) Circa datum triangulum: circulum circumscribere.

Prop: 6. prob:) Circulo dato: inscribere quadratum.

Prop: 7. prob:) Circulo dato circumscribere quadratum.

Prop.

Prop: 8. prob:) Dato quadrato: inſcribere circulum.

Prop: 9. prob.) Dato quadrato: circulum circumſcribere.

Prop: 10. prob:) Triangulum duo æqualia habentem latera conſtituere: qui habeat alterutrum angulorum ad baſin duplum reliqui anguli.

Prop: 11. prob.) Dato circulo inſcribere pentagonon, quod & latera æqualia, & angulos æquales habeat.

Prop: 12. prob:) Dato circulo pentagonon circumſcribere: quod & latera æqualia, & angulos æquales habeat.

Prop: 13. prob:) Dato pentagono quod latera æqualia, & angulos æquales habet: circulum inſcribere.

Prop: 14. prob.) Dato pentagono, quod & æqualia latera, & angulos æquales habet: circumſcribere circulum.

Prop: 15. prob:) Dato circulo hexagonon quod æqualia habet latera, & angulos æquales inſcribere.

Prop: 16. prob:) Dato circulo figuram re-

ctili-

Atilineam quindecim angulorum, quæ æqualia latera, & angulos æquales habent, inscribere.

Finis libri quarti Elementorum Euclidis.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

Magnitudo alterius magnitudinis minor maioris est pars: quando minor exactè metitur maiorem.

Magnitudo alterius magnitudinis multiplex est maior minoris: cùm sub minoris cadit mensuram.

Ratio est duarum magnitudinum homogenearum secundũ quantitatem inter se quædam habitudo.

Magnitudines inter se rationem habere dicuntur, quæ multiplicatæ possunt sese mutuò excedere.

Magnitudines dicuntur in eadem ratione esse prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ æquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iu-

xta quamuis multiplicationẽ vtraq; vtramq; vel vnà deficit, vel vnà assequitur, vel vnà superat sumptæ inter se.

Eandem autem habentes rationem vocentur proportionales.

Quando autem æqualiter multiplicium, primæ quidem multiplex excuperat secundæ multiplicem, tertiæ autem multiplex non excuperat quartæ multiplicem: tunc prima ad secundam maiorem habere dicitur rationem, quàm tertia ad quartam.

Proportio verò est similitudo rationum.

Proportio autem in tribus terminis minima est.

Quando autem tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam, duplã rationem habere dicitur, quàm ad secundam.

Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplam rationem habere dicitur, quàm ad secundam: & semper deinceps vna plus, quamdiu proportio fuerit.

Homologæ magnitudines esse dicuntur, antecedentes antecedentibus, & consequentes consequentibus. Alte-

Alterna ratio est assumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

Inuersa ratio est assumptio consequentis, vt antecedentis, ad antecedentem, tanquam consequentem.

Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente tanquam vnius, ad ipsum consequens.

Diuisio rationis est assumptio exuperantiæ, qua maior est antecedens consequente, ad ipsum consequens.

Reuersio rationis est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua maior est antecedens consequente.

Ex æquo ratio est pluribus positis magnitudinibus, & alijs eas æquantibus multitudine, binis sumptis, & in eadem ratione, cum est, vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic in secundis magnitndinibus prima ad vltimam, aut aliter assumptio extremorũ per subductionem mediorum.

Ordinata proportio est, quando est v antecedens ad consequentem, sic antecedens

ad con-

ad consequentem, erit etiam vt consequens ad aliam quandam, sic consequens ad aliam quandam.

Perturbata proportio autẽ est, quando tribus positis magnitudinibus, & alijs æqualib. eis multitudine, fit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus, antecedens ad consequentem. vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliam quandam, sic in secundis magnitudinibus alia quædam ad antecedentem.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Si sint quotlibet magnitudines, quotlibet magnitudinum æqualium multitudine vnaquæque vniuscuiusq; æque multiplex: quotuplex est vna magnitudinum vnius, totuplices erunt omnes omnium.

Prop: 2. Theor:) Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secundæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ: fuerit item quinta secundæ æqualiter multiplex, & sexta quartæ: erit coniuncta magnitudo prima cum quinta,

æqualiter multiplex secundæ: & tertia cum sexta, quartæ.

Prop: 3. Theor:) Si magnitudo prima magnitudinis secũdæ fuerit æqualiter multiplex, & tertia quartæ: & si sumptæ fuerint æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ: erit etiam ex æquo altera alterius æqualiter multiplex: illa quidem secundæ, hæc verò quartæ.

Prop: 4. Theor:) Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: etiam æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, ad æqualiter multiplices magnitudines secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem eandem habebunt proportionem, inter se collatæ.

Prop: 5. Theor:) Si magnitudo magnitudinis æqualiter fuerit multiplex, vt ablata ablatæ: erit etiam reliqua reliquæ æqualiter multiplex, vt tota totius.

Prop: 6. Theor:) Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æqualiter fuerint multiplices: & ablatæ quædam earundẽ fuerint

rint æqualiter multiplices: erunt etiam reliquæ eisdem vel æquales, vel earundem æqualiter multiplices.

Prop: 7. Theor:) Æquales magnitudines ad eandem: eandem habent proportionẽ: & eadem, ad æquales.

Prop: 8. Theor:) Magnitudinum inæqualium maior ad eandem maiorem habet proportionem, quàm minor: & eadem illa magnitudo ad minorem habet proportionem maiorem, quàm ad maiorem.

Prop: 9. Theor:) Magnitudines ad eandem, eandem habentes proportionem, æquales sunt inter se, & ad quas eadem, eandem habet proportionem; etiam illæ sunt inter se æquales.

Prop: 10. Theor:) Quæ ex magnitudinibus ad eandem, proportionem habentibus maiorem habet proportionem, illa est maior: & ad quam eadem maiorem habet proportionẽ, illa est minor.

Prop: 11. Theor:) Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se erunt eædem.

Prop: 12. Theo:) Si fuerint magnitudines

quotlibet proportionales: erit quemadmodum vna præcedentium, ad vnam consequentium: sic omnes præcedentes, ad omnes consequẽtes.

Prop: 13. Theor:) Si magnitudo prima ad secũdam, eam habuerit proportionẽ, quam tertia ad quartam: tertia verò ad quartam maiorem habuerit proportionem, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam maiorem habebit proportionem, quàm quinta ad sextam.

Prop: 14. Theor:) Si magnitudo prima ad secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: & si prima maior fuerit quàm tertia: etiam secunda erit maior quàm quarta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

Prop: 15. Theor:) Partes inter se collocatæ, eam habent proportionem, quam suæ æqualiter multiplices.

Prop: 16. Theor:) Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, etiam alternatim proportionales erunt.

Prop: 17. Theor:) Si magnitudines coniunctæ fuerint proportionales, etiam separatæ

propor-

proportionales erunt.

Prop: 18. Theor:) Si magnitudines ſeparatæ fuerint proportionales, etiam coniunctæ erunt proportionales.

Prop: 19. Theor:) Si fuerit totius alicuius magnitudinis, ad totam aliquam magnitudinẽ proportio ea, quæ ablatæ ad ablatam: erit etiam reliquæ ad reliquam proportio ea, quæ totius ad totam.

Prop: 20. Theor:) Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, & binæ in eadem proportione, & ſi ex æquo prima fuerit maior quàm tertia: erit etiam quarta maior quàm ſexta: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Hoc eſt: Si fuerit proportio primæ magnitudinis ad ſecundam ea, quæ tertiæ ad quartam: fuerit verò etiam proportio ſecundæ ad quintam, quæ quartæ ad ſextam: tum ſi fuerit prima maior quàm quinta: erit etiam tertia maior quàm ſexta. &c.

Prop: 21. Theor:) Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ in eadẽ proportione, etiamſi fuerit confuſa ipſarũ proportio: tamen ſi ex æquo prima fuerit maior, quàm

tertia, erit etiam quarta maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

Prop: 22. Theor:) Si fuerint quotlibet magnitudines, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiam ex æquo in eadem erunt proportione.

Prop: 32. prob.) Si fuerint magnitudines tres, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiamsi fuerit confusa illarum proportio: tamen ex æquo in eadem erunt proportione.

Prop: 24. Theor:) Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam, eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habuerit verò etiam quinta ad secundam eam proportionem: quàm sexta ad quartam: tum coniuncta magnitudo prima cum quinta, eam habebit proportionem ad secundam, quam habet tertia cum sexta ad quartam.

Prop: 25. Theor:) Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, earum maxima & minima reliquis duabus erunt maiores.

Finis libri quinti elementorum Euclidis.

EV-

EVCLIDIS ELEMENTO-rum Geometriæ liber sextus.

Definitiones.

SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ æquales habent angulos ad vnum: & latera æquales angulos continentia æqualia.

Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura sunt antecedentes, & consequentes rationis termini.

Secundum rationem extremam & mediã dicetur linea recta esse secta: quando sic se habet ratio, vt tota ad maius segmentum, sic maius segmentum ad minus.

Vniuscuiusq; figuræ altitudo dicitur: linea recta perpendicularis, ducta à vertice ad basim vsque.

Ratio ex rationibus dicetur composita esse, si rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquas fecerint.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Trianguli, & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, proportionem inter se habent, vt & ipsæ bases.

Etilineam quindecim angulorum, quæ æqualia latera, & angulos æquales habent, inscribere.

Finis libri quarti Elementorum Euclidis.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVINTVM.

Definitiones.

Magnitudo alterius magnitudinis minor maioris est pars: quando minor exactè metitur maiorem.

Magnitudo alterius magnitudinis multiplex est maior minoris: cùm sub minoris cadit mensuram.

Ratio est duarum magnitudinum homogenearum secundũ quantitatem inter se quædam habitudo.

Magnitudines inter se rationem habere dicuntur, quæ multiplicatæ possunt sese mutuò excedere.

Magnitudines dicuntur in eadem ratione esse prima ad secundam, & tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ æquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iu-

xta quamuis multiplicationẽ vtraq; vtramq; vel vnà deficit, vel vnà assequitur, vel vnà superat sumptæ inter se.

Eandem autem habentes rationem vocentur proportionales.

Quando autem æqualiter multiplicium, primæ quidem multiplex excuperat secundæ multiplicem, tertiæ autem multiplex non excuperat quartæ multiplicem: tunc prima ad secundam maiorem habere dicitur rationem, quàm tertia ad quartam.

Proportio verò est similitudo rationum.

Proportio autem in tribus terminis minima est.

Quando autem tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam, duplã rationem habere dicitur, quàm ad secundam.

Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplam rationem habere dicitur, quàm ad secundam: & semper deinceps vna plus, quamdiu proportio fuerit.

Homologæ magnitudines esse dicuntur, antecedentes antecedentibus, & consequentes consequentibus. *Alte-*

Alterna ratio est assumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

Inuersa ratio est assumptio consequentis, vt antecedentis, ad antecedentem, tanquam consequentem.

Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente tanquam vnius, ad ipsum consequens.

Diuisio rationis est assumptio exuperantiæ, qua maior est antecedens consequente, ad ipsum consequens.

Reuersio rationis est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua maior est antecedens consequente.

Ex æquo ratio est pluribus positis magnitudinibus, & alijs eas æquantibus multitudine, binis sumptis, & in eadem ratione, cum est, vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic in secundis magnitndinibus prima ad vltimam, aut aliter assumptio extremorū per subductionem mediorum.

Ordinata proportio est, quando est vt antecedens ad consequentem, sic antecedens

ad con-

ad consequentem, erit etiam vt consequens ad aliam quandam, sic consequens ad aliam quandam.

Perturbata proportio autẽ est, quando tribus positis magnitudinibus, & alijs æqualib. eis multitudine, fit vt in primis magnitudinibus antecedens ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus, antecedens ad consequentem. vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliam quandam, sic in secundis magnitudinibus alia quædam ad antecedentem.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Si sint quotlibet magnitudines, quotlibet magnitudinum æqualium multitudine vnaquæque vniuscuiusq; æque multiplex: quotuplex est vna magnitudinum vnius, totuplices erunt omnes omnium.

Prop: 2. Theor:) Si fuerit magnitudo prima magnitudinis secundæ æqualiter multiplex, & tertia quartæ: fuerit item quinta secundæ æqualiter multiplex, & sexta quartæ: erit coniuncta magnitudo prima cum quinta,

æqualiter multiplex secundæ: & tertia cum sexta, quartæ.

Prop: 3. Theor:) Si magnitudo prima magnitudinis secũdæ fuerit æqualiter multiplex, & tertia quartæ: & si sumptæ fuerint æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ: erit etiam ex æquo altera alterius æqualiter multiplex: illa quidem secundæ, hæc verò quartæ.

Prop: 4. Theor:) Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: etiam æqualiter multiplices magnitudines primæ & tertiæ, ad æqualiter multiplices magnitudines secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem eandem habebunt proportionem, inter se collatæ.

Prop: 5. Theor:) Si magnitudo magnitudinis æqualiter fuerit multiplex, vt ablata ablatæ: erit etiam reliqua reliquæ æqualiter multiplex, vt tota totius.

Prop: 6. Theor:) Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æqualiter fuerint multiplices: & ablatæ quædam earundẽ fuerint

rint æqualiter multiplices: erunt etiam reliquæ eisdem vel æquales, vel earundem æqualiter multiplices.

Prop: 7. Theor:) Æquales magnitudines ad eandem: eandem habent proportionẽ: & eadem, ad æquales.

Prop: 8. Theor:) Magnitudinum inæqualium maior ad eandem maiorem habet proportionem, quàm minor: & eadem illa magnitudo ad minorem habet proportionem maiorem, quàm ad maiorem.

Prop: 9. Theor:) Magnitudines ad eandem, eandem habentes proportionem, æquales sunt inter se, & ad quas eadem, eandem habet proportionem; etiam illæ sunt inter se æquales.

Prop: 10. Theor:) Quæ ex magnitudinibus ad eandem proportionem habentibus maiorem habet proportionem, illa est maior: & ad quam eadem maiorem habet proportionẽ, illa est minor.

Prop: 11. Theor:) Quæ eidem proportioni sunt eædem: illæ etiam inter se erunt eædem.

Prop: 12. Theo:) Si fuerint magnitudines

quotlibet proportionales: erit quemadmodum vna præcedentium, ad vnam consequentium: sic omnes præcedentes, ad omnes consequẽtes.

Prop: 13. Theor:) Si magnitudo prima ad secũdam, eam habuerit proportionẽ, quam tertia ad quartam: tertia verò ad quartam maiorem habuerit proportionem, quàm quinta ad sextam: tum etiam prima ad secundam maiorem habebit proportionem, quàm quinta ad sextam.

Prop: 14. Theor:) Si magnitudo prima ad secundam eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam: & si prima maior fuerit quàm tertia: etiam secunda erit maior quàm quarta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

Prop: 15. Theor:) Partes inter se collocatæ, eam habent proportionem, quam suæ æqualiter multiplices.

Prop: 16. Theor:) Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, etiam alternatim proportionales erunt.

Prop: 17. Theor:) Si magnitudines coniunctæ fuerint proportionales, etiam separatæ

propor-

proportionales erunt.

Prop: 18. Theor:) Si magnitudines ſeparatæ fuerint proportionales, etiam coniunctæ erunt proportionales.

Prop: 19. Theor:) Si fuerit totius alicuius magnitudinis, ad totam aliquam magnitudinẽ proportio ea, quæ ablatæ ad ablatam: erit etiam reliquæ ad reliquam proportio ea, quæ totius ad totam.

Prop: 20. Theor:) Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, & binæ in eadem proportione, & ſi ex æquo prima fuerit maior quàm tertia: erit etiam quarta maior quàm ſexta: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Hoc eſt: Si fuerit proportio primæ magnitudinis ad ſecundam ea, quæ tertiæ ad quartam: fuerit verò etiam proportio ſecundæ ad quintam, quæ quartæ ad ſextam: tum ſi fuerit prima maior quàm quinta: erit etiam tertia maior quàm ſexta. &c.

Prop: 21. Theor:) Si fuerint tres magnitudines, & aliæ totidem, binæ in eadẽ proportione, etiamſi fuerit confuſa ipſarũ proportio: tamen ſi ex æquo prima fuerit maior, quàm

tertia, erit etiam quarta maior quàm sexta: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

Prop: 22. Theor:) Si fuerint quotlibet magnitudines, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiam ex æquo in eadem erunt proportione.

Prop: 32. prob.) Si fuerint magnitudines tres, & aliæ totidem binæ in eadem proportione, etiamsi fuerit confusa illarum proportio: tamen ex æquo in eadem erunt proportione.

Prop: 24. Theor:) Si magnitudo prima ad magnitudinem secundam, eam habuerit proportionem, quam tertia ad quartam, habuerit verò etiam quinta ad secundam eam proportionem: quàm sexta ad quartam: tum coniuncta magnitudo prima cum quinta, eam habebit proportionem ad secundam, quam habet tertia cum sexta ad quartam.

Prop: 25. Theor:) Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, earum maxima & minima reliquis duabus erunt maiores.

Finis libri quinti elementorum Euclidis.

EV-

EVCLIDIS ELEMENTO-rum Geometriæ liber sextus.

Definitiones.

SImiles figuræ rectilineæ sunt, quæ æquales habent angulos ad vnum: & latera æquales angulos continentia æqualia.

Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura sunt antecedentes, & consequentes rationis termini.

Secundum rationem extremam & mediã dicetur linea recta esse secta: quando sic se habet ratio, vt tota ad maius segmentum, sic maius segmentum ad minus.

Vniuscuiusq; figuræ altitudo dicitur: linea recta perpendicularis, ducta à vertice ad basim vsque.

Ratio ex rationibus dicetur composita esse, si rationum quantitates inter se multiplicatæ, aliquas fecerint.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Trianguli, & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, proportionem inter se habent, vt & ipsæ bases.

Prop: 2. Theor:) Si ad trianguli alicuius latus, ducta fuerit quædam linea recta æquedistans, tum ea proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera fuerint proportionaliter secta: tum linea recta ad sectiones ducta ad reliquum trianguli latus, erit æquedistans.

Prop: 3. Theor:) Si trianguli alicuius angulus fuerit dissectus in duas partes æquales: ipsaq́ recta secans angulum, ipsam etiam basin secet: tum segmenta basis eandem habebũt proproportionẽ cum reliquis trianguli lateribus. Et si segmenta basis eandem habuerint portionem cum reliquis trianguli lateribus: recta à vertice trianguli ad sectionem ducta: secat angulum trianguli in duas partes æquales.

Prop: 4. Theor:) Trianguli qui æquales habent angulos: latera eorum quæ æquales continent angulos, sunt proportionalia: & latera æquales angulos subtendẽtia, sunt homologa.

Prop: 5. Theor:) Si duo trianguli habuerint latera proportionalia, illi etiam æquianguli erunt, & anguli, quos latera homologa

sub-

ſubtendunt, ſunt æquales.

Prop: 6. Theor:) Si alicuius trianguli, vnus angulus fuerit æqualis vni angulo alterius trianguli: & latera æquales illos angulos continentia ſint proportionalia: eiuſmodi trianguli æqualium ſunt angulorum, & angulos quos homologa latera ſubtendunt, habent æquales.

Prop: 7. Theor:) Si duorum triangulorũ angulus vnus vni angulo fuerit æqualis: & latera alios angulos continentia ſint proportionalia: & alterum ex reliquis angulis vel minorem, vel non minorem angulo recto habuerint: iſti duo trianguli erunt æqualium angulorum, & angulos quos latera proportionalia continent, habent æquales.

Prop: 8. Theor:) Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto, ad baſin ducta fuerit perpendicularis: tum trianguli qui ad perpendicularem ſunt poſiti, ſunt ſimiles toti triangulo, atq; etiam inter ſe.

Prop: 9. prob:) Auferre ex data linea recta, eam partem, quæ auferenda præcipitur.

Prop: 10. prob:) Datam lineam rectam nõ

sectam: similiter secare vt sectam.

Prop: 11. prob:) Duabus propositis lineis rectis: tertiam proportionalem inuenire.

Prop: 12. prob:) Tribus lineis rectis datis: quartam proportionalem inuenire.

Prop: 13. prob:) Duabus datis lineis rectis: mediam proportionalem inuenire.

Prop: 14. Theor:) Parallelogrammorum æqualium, & habentium vnum angulum vni angulo æqualem: latera æquales angulos continentia reciproca sunt. Et quorum parallelogrammorum habentium vnum angulum vni angulo æqualem, reciproca sunt ea latera, quæ æquales angulos continent: illa etiam sunt æqualia.

Prop: 15. Theor:) Triangulorum æqualium, & habentium vnum angulum, vni angulo æqualem: latera æquales angulos continentia, reciproca sunt. Et quorum triangulorum habentium vnum angulum vni angulo æqualem, reciproca sunt latera æquales angulos continentia: æquales etiam erunt illi trianguli.

Prop: 16. Theor:) Si quatuor lineæ rectæ

fue-

fuerint proportionales: rectangulum quod continetur duabus extremis, æquale est rectangulo, quod duabus medijs continetur. Et si rectangulum quod duabus extremis continetur, fuerit æquale rectangulo, quod continetur duabus medijs: quatuor istæ lineæ rectæ proportionales erunt.

Prop. 17. Theor:) Si tres lineæ rectæ proportionales fuerint, rectangulum quod continetur duabus extremis: æquale est quadrato quod describitur à linea media. Et si rectangulum quod continetur duabus extremis, æquale est quadrato à media linea descripto: tres illæ rectæ proportionales erunt.

Prop: 18. Theor:) A data linea recta: dato rectilineo: describere simile, et similiter positum rectilineum.

Prop: 19. Theor:) Similes trianguli: in dupla sunt ratione homologorum laterum.

Prop: 20. Theor:) Figuræ multorum angulorum diuiduntur in similes triangulos, & numero æquales, & homologos totis: & figura multorum angulorum, ad figuram multorum angulorum: duplicem habet rationem,

quam

quam latus homologon, ad latus homologon.

Prop: 21. Theor:) Quæ eidem rectangulo sunt similia, etiam inter se sunt similia.

Prop: 22. Theor:) Si quatuor lineæ rectæ fuerint proportionales, etiam rectilineæ figuræ similes, similiterq; ab eis descriptæ proportionales erunt. Et si rectilineæ figuræ similes, & ab his lineis rectis similiter descriptæ fuerint proportionales, etiam ipsæ lineæ rectæ proportionales erunt.

Prop: 23. Theor:) Parallelogramma æquales angulos habentia: proportionem inter se habent, ex lateribus compositam.

Prop: 24. Theor:) Omnis parallelogrammi, quæ circa diametrum sunt parallelogramma, similia sunt toti parallelogrammo, & inter se.

Prop: 25. prob:) Datæ figuræ rectilineæ similem, & aliæ figuræ rectilineæ datæ eandem æqualem figuram rectilineã constituere.

Prop: 26. Theor:) Si auferatur ex parallelogrammo aliud parallelogrammon simile, & similiter positum toti parallelograammo: ita vt etiam communem cum ipso habeat angulum:

gulum: erit circa eandem cum ipso diametro.

Prop: 27. Theor:) Omnium parallelogrammorum quæ ad eandem lineam rectam applicantur, & deficiunt parallelogrammis figuris, similibus & similiter positis: parallelogrammon quod à dimidia describitur, atq; defectui simile est, erit maius eo, quod à dimidia describitur.

Prop: 28. prob:) Datæ lineæ rectæ, dato rectilineo æquale parallelogrammon applicare deficiens figura parallelogramma, simili datæ figuræ. Sed oportet illud rectilineum, cui æquale ponendum & applicandum est, non esse maius rectilineo, quod à dimidia describitur istis defectibus existentibus similibus, eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile deficere oportet.

Prop: 29. prob:) Datæ lineæ rectæ dato rectilineo applicare æquale parallelogrammon, quod excedit figura parallelogramma simili datæ figuræ rectilineæ.

Prop: 30. prob:) Datam rectam extrema & media ratione secare.

Prop: 31. Theor:) In datis triangulis rectangu-

rectangulis, figura quæ describitur à latere subtendente angulum illum rectum: æqualis est figuris, quæ describũtur à lateribus angulum illum rectum continentibus, similibus similiterq; descriptis.

Prop: 32. Theo:) Si duo trianguli fuerint coniuncti ad vnum angulũ, habentesq; duo latera duobus lateribus proportionalia: ita vt latera homologa sint æquedistantia: tum reliqua triãgulorũ latera ἐπ' εὐθείας sunt posita.

Prop: 33. Theor:) In circulis æqualibus anguli eandem habent rationem quam circumferentiæ in quibus consistunt: siue sint ad centra, siue ad circumferentias constituti. præterea & sectores ad centra scilicet constituti.

Finis libri sexti.

EVCLIDIS ELEMENTORUM liber Septimus.

Definitiones.

VNitas est, secundũ quam vnumquodq; vnum dicitur.

Numerus verò est, multitudo ex vnitatibus composita.

Num:a

Numerus alterius numeri pars esse dicitur minor maioris: quãdo maiorẽ exactè metitur.

Numerus verò alterius numeri partes esse dicitur, quando nõ exactè metitur maiorẽ.

Numerus alterius numeri multiplex esse dicitur maior minoris: quando minor maiorẽ exactè metitur.

Numerus par est, quem in duas partes æquales diuidere possumus.

Numerus verò impar, qui non potest diuidi in duas partes æquales: vel is qui vnitate differt à numero pari.

Numerus pariter par est, quem par numerus per parem metitur.

Numerus pariter impar est, quem numerus par metitur per numerum imparem.

Numerus impariter impar est, quẽ impar numerus per imparem metitur.

Numerus primus est, quem sola metitur vnitas.

Numeri inter se primi sunt, quos sola vnitas communi mensura metitur.

Numerus compositus est, quem numerus aliquis metitur.

Nume-

Numeri inter se compositi, quos numerus aliquis communi metitur mensura.

Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot in ipso multiplicante fuerint vnitates, toties componitur numerus multiplicandus, & producitur aliquis numerus.

Quando verò duo numeri sese mutuo multiplicantes producunt aliquem, numerus qui producitur, appellatur planus.

Latera verò eius sunt, numeri sese mutuò multiplicantes.

Si verò tres numeri sese mutuò multiplicantes produxerint aliquem numerum: is qui fit, solidus nominatur.

Eius verò latera sunt numeri, sese mutuò multiplicantes.

Numerus quadratus est, qui æqualiter est æqualis: vel qui ex duorum æqualium numerorum multiplicatione fit.

Numerus verò cubus dicitur, qui æqualiter æqualis est, æqualiter: id est, qui fit ex multiplicatione trium æqualium numerorum.

Numeri proportionales sunt, quando primus secundi, & tertius quarti æqualiter fuerit mul-

rit multiplex, aut eadẽ pars, aut eædẽ partes.

Similes plani & solidi numeri sunt: qui latera habent proportionalia.

Numerus perfectus est: qui partibus sui ipsius est æqualis.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Si duobus numeris inæqualibus propositis, semper minor à maiore auferatur: & tandem is qui relinquitur, præcedentem non amplius exactè metiatur, donec sumatur vnitas: numeri ab initio propositi primi inter se sunt.

Prop: 2. prob:) Duobus propositis numeris non primis inter se: inuenire maximam eorum communem mensuram.

Prop: 3. prob:) Tribus propositis numeris non primis inter se: maximam eorum communem mensuram inuenire.

Prop: 4. Theor:) Omnis numerus, omnis numeri minor maioris: vel est pars, vel partes.

Prop: 5. Theor:) Si numerus uumeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars: etiam additus additi eadẽ pars erit, quæ vnus vnius.

Prop: 6. Theor:) Si numerus numeri par-

tes sit, & alter alterius eædem partes, etiam additus additi, eædem partes erit, quæ est vnus vnius.

Prop: 7. Theor:) Si numerus numeri pars sit, quæ pars est numerus ablatus, numeri ablati: etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quæ totus totius.

Prop: 8. Theor:) Si numerus alterius numeri fuerit partes, quæ partes est numerus ablatus, numeri ablati, etiam reliquus numerus reliqui numeri eadẽ partes erit, quæ partes est totus totius.

Prop: 9. Theor:) Si numerus alterius numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, tum permutatim quæ pars est, vel partes primus tertij: eadem pars vel partes est, secundus quarti.

Prop: 10. Theor:) Si numerus alterius numeri fuerit partes, & alter alterius eædem partes, etiam permutatim quæ partes est primus tertij vel pars, eædem partes secundus erit quarti vel pars.

Prop: 11. Theor:) Si fuerit vt numerus totus ad numerum totum, ita ablatus numerus ad

rius ad ablatum: etiam reliquus ad reliquum erit, vt totus numerus ad numerum totum.

Prop: 12. Theor:) Si quotcunq; fuerint numeri proportionales, erit vt vnus ex antecedentibus: ad vnum ex consequentibus: ita omnes antecedentes, ad omnes consequentes.

Prop: 13. Theor:) Si quatuor numeri fuerint proportionales, etiam permutatim proportionales erunt.

Prop: 14. Theor:) Si fuerint quotcunq; numeri, & alij his æquales numero bini collati, & in eadem proportione, & iam ex æquo in eadem erunt proportione.

Prop: 15. Theor:) Si vnitas aliquem metitur numerum, æqualiter verò alius quispiam numerus, alium numerum metiatur: tum permutatim vnitas æqualiter metietur numerum tertium, & secundus quartum.

Prop: 18. Theor:) Si duo numeri sese mutuò multiplicantes produxerint aliquos: numeri ex eiusmodi multiplicatione facti, æquales inter se sunt.

Prop: 17. Theor:) Si numerus aliquis duos numeros multiplicat, tum numeri ex eius-

modi multiplicatione facti, eandem habebũt quam multiplicati rationem.

Prop: 18. Theor:) Si duo numeri aliquem multiplicauerint numerum, & producant aliquos: numeri producti ex horum multiplicatione, eandem quam multiplicantes, habebũt rationem.

Prop: 19. Theor:) Si quatuor numeri fuerint proportionales: numerus qui fit ex multiplicatione primi in quartum, erit æqualis ei qui producitur ex multiplicatione secundi in tertium: et si numerus ex multiplicatione primi in quartum factus: fuerit æqualis ei, qui fit ex multiplicatione secundi in quartum, tum quatuor illi numeri erunt proportionales.

Prop: 20. Theor:) Si tres numeri fuerint proportioales : numerus ex multiplicatione extremorum factus: æqualis est quadrato numeri medij. Et si numerus ex multiplicatione extremorum factus, æqualis est quadrato numeri medij : tres illi numeri erunt proportionales.

Prop: 21. Theor:) Minimi numeri eandemhabentes rationem, metiuntur numeros

ean-

eandem cum ipsis habentes rationem æqualiter: maior maiorem, & minor minorem.

Prop: 22. Theor:) Si fuerint tres numeri & alij numeri æquales, bini collati, & in eadem ratione, sit verò illorum proportio perturbata: tum ex æquo in eadem erunt ratione.

Prop: 23. Theor:) Numeri primi inter se, sunt minimi eorum, qui eandem cum ipsis habent rationem.

Prop: 24. Theor:) Numeri eorum qui eandem cum ipsis habent proportionem: primi inter se sunt.

Prop: 25. Theor:) Si duo numeri primi inter se fuerint: is qui vnum ex illis metitur: primus erit ad reliquum.

Prop: 26. Theor:) Si duo numeri ad vnum fuerint primi: tum is qui producitur ex horum multiplicatione, ad eundem quoq; primus erit.

Prop: 27. Theor:) Si numeri primi inter se fuerint, is qui fit ex multiplicatione vnius illorum duorum: primus erit ad reliquum.

Prop: 28:) Theor:) Si duo numeri ad duos numeros vterq; ad vtrumq; primi fuerint:

tum qui ex horum fiunt multiplicatione, etiã primi inter se erunt.

Prop: 29. Theor:) Si duo numeri primi inter se fuerint: & vterq; seipsum multiplicet ac producat aliquem numerum, tum producti ex his numeri etiam primi inter se erunt, & si ab initio propositi numeri hos multiplicantes producant alios: etiam illi primi inter se erũt, id perpetuo circa extremos contingit numeros.

Prop: 30. Theor:) Si duo numeri primi inter se fuerint, & vterq; illorum ad vtrunq; illorum erit primus, & si vterq; simul ad vnum aliquem illorum est primus: etiam numeri ab initio propositi, primi inter se erunt.

Prop: 31. Theor:) Omnis numerus ad omnem numerum quem non metitur, primus est.

Prop: 32. Theor:) Si duo numeri se se multiplicantes producant aliquem, eumq; metiatur aliquis numerus primus: tum etiam vnum ex ijs qui ab initio erant propositi metietur.

Prop: 33. Theor:) Omnem compositum numerum, aliquis primus numerus metitur.

Prop:

Prop: 34. Theor:) Omnis numerus, aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Prop: 35. Theor:) Quotcunq; numeris datis, inuenire minimos eandem cum ipsis habentes proportionem.

Prop: 36. Theor:) Duobus propositis numeris: inuenire minimum quem metiantur.

Prop: 37. Theor:) Si duo numeri metiantur vnum aliquem numerum, tum minimus quem illi metiuntur, metietur etiam eundem.

Prop: 38. prob:) Tribus propositis numeris: inuenire minimum quem metiantur.

Prop: 39. Theor:) Si aliquem numerum metiatur aliquis alius numerus, is quem alter metitur, habebit cum eo qui metitur alterum numero partem denominationis eiusdē.

Prop: 40. Theor:) Si numerus aliquis quamcunq; habuerit partem, tum aliquis alius numerus eiusdem cum parte denominationis metietur eum.

Prop: 14. prob:) Numerum inuenire, qui cum sit minimus, habeat in se partes datas.

Finis libri Septimi.

EVCLIDIS ELEMENtorum liber Octauus.

Propositio 1. Theor:

SI fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, atq; numeri extremi eorum inter se sint primi: tum erunt minimi eorum, qui eandem habent rationem.

Prop: 2. prob:) Numeros continuè proportionales minimos inuenire, quotquot aliquis volet, in data proportione.

Prop: 3. Theor:) Si aliquot numeri continuè proportionales fuerint, minimi eorum qui in eadem sunt proportione: extremi eorũ primi inter se sunt.

Prop: 4. prob:) Datis proportionalibus aliquot in minimis numeris, inuenire numeros cõtinuè minimos in datis proportionibus.

Prop: 5. Theor:) Numeri plani proportionem inter se habent ex lateribus eorũ compositam.

Prop: 6. Theor:) Si fuerint aliquot numeri continuè proportionales, et primus non metiatur secundum: neq; quispiam alius quempiam metietur.

Prop:

Prop: 7. Theor:) Si fuerint aliquot numeri continuè proportionales, & primus metiatur postremum: etiam metietur secundum.

Prop: 8. Theor:) Si inter duos numeros continuè proportionales incidant numeri: quotcunq; inter ipsos incident continuè proportionles, totidem incident inter eos qui continuè proportionales cum ipsis eandem habent proportionem.

Prop: 9.) Theor:) Si duo numeri primi inter se sunt, & inter ipsos continuè proportionales incidant numeri: quot inter ipsos continue proportionales incidunt numeri, tot & inter vtrunq; ipsorum & vnitatem continuè proportionales incident.

Prop: 10: Theor:) Si inter duos numeros & vnitatem continuè proportionales incidat numeri: quot inter vtrunq; ipsorum & vnitatem continuè proportionales incidunt numeri: tot & inter ipsos continuè proportionales incident.

Prop: 11. Theor:) Duorum quadratorum numerorum vnus est numerus medius proportionalis: & quadratus ad quadratum du-

plicatam habet rationẽ, quam latus ad latus.

Prop: 12. Theor:) Duorum cuborum numerorum, duo medij proportionales numeri sunt, & cubus ad cubum triplicatam rationẽ habet, quàm latus ad latus.

Prop: 13. Theor:) Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, & quisq; eorum seipsum multiplicet, producatq; aliquem numerum, tum producti ex ipsis proportionales erunt. & si illi qui ab initio positi fuerant, multiplicantes eos, qui iam sunt producti, aliosq; producant: etiam illi proportionales erunt: idq; semper in extremis fit numeris.

Prop: 14. Theor:) Si quadratus numerus numerum quadratum metitur: tum etiam latus metietur alterum latus: & si latus metitur alterum latus: etiam quadratus quadratum metietur.

Prop: 15. Theor:) Si numerus cubus numerum cubum metitur, etiam latus metietur alterum latus: & si latus, alterum metitur latus: etiam cubus cubum metietur.

Prop: 16. Theor:) Si quadratus numerus numerum quadratum non metitur: neque latus al-

tus alterum latus metietur: & si latus alterum latus, alterum latus non metitur: neq; quadratus, quadratum metietur.

Prop: 17. Theor:) Si cubus numerus, numerum cubum non metitur: neq; latus metietur alterum latus: & si latus alterum latus nō metitur, neq; cubus metietur cubum.

Prop: 18. Theor:) Duobus numeris planis similibus vnus est medius proportionalis, & numerus planus ad numerum planum rationem habet duplicatam, quam habet latus homologon, ad latus homologon.

Prop: 19. Theor:) Duobus numeris solidis similibus duo medij sunt interpositi proportionales numeri: & numerus solidus ad similem solidum numerum triplicatam habet rationem, quam latus homologon ad latus homologon.

Prop: 20. Theor:) Si inter duos numeros vnus medius intercidit proportionalis numerus: illi numeri similes plani erunt.

Prop: 21. Theor:) Si inter duos numeros duo medij proportionales numeri inciderint: illi numeri similes solidi erunt.

Prop:

Prop: 22. Theor:) Si tres numeri continuè proportionales fuerint, & primus eorum sit quadratus: etiam tertius quadratus erit.

Prop: 23. Theor:) Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, & primus eorũ sit cubus: etiam quartus cubus erit.

Prop: 24. Theor:) Si duo numeri proportionem inter se habeant, quam quadratus ad quadratum, & primus eorum sit quadratus: etiam secundus quadratus erit.

Prop: 25. Theor:) Si duo numeri proportionem inter se habeant, quam numerus cubus ad numerum cubum: primus verò sit cubus: etiam secundus cubus erit.

Prop: 26. Theor:) Numeri similes plani inter se proportionem habent, quam quadratus ad quadratum.

Prop: 27. Theor:) Numeri similes solidi proportionem inter se habent: quam cubus ad cubum.

Finis Libri Octaui.

EVCLIDIS ELEMETORUM Liber Nonus.

Prop:

Prop: 1. Theor.

SI duo numeri similes plani sese mutuò multiplicauerint, ac producant aliquem numerum: is numerus erit quadratus.

Prop: 2. Theor:) Si duo numeri sese mutuò multiplicantes, producent numerum quadratum: erunt illi duo numeri similes plani.

Prop: 3. Theor:) Si numerus cubus seipsum multiplicauerit, & producat aliquem numerum: is qui producitur, erit cubus.

Prop: 4. Theor:) Si cubus numerus, numerum cubum multiplicauerit, & produxerit aliquem, tum numerus productus erit cubus.

Prop: 5. Theor:) Si numerus cubus, numerum aliquem multiplicet: & producat cubum: & numerus multiplicatus erit cubus.

Prop: 6. Theor:) Si numerus aliquis seipsum multiplicet, ac producat cubum, etiam ipsemet cubus erit.

Prop: 7. Theor:) Si numerus compositus, numerum aliquem multiplicauerit, & producat aliquem: numerus productus solidus erit.

Prop: 8. Theor:) Si ab vnitate aliquot numeri continuè proportionales fuerint, &

ter-

tertius ab vnitate sit quadratus, etiam vno intermisso omnes: quartus uerò cubus et duob. intermissis omnes, septimus verò etiã est cubus, & quadratus, et quinq; intermissis omnes.

Prop: 9. Theor:) Si ab vnitate aliquot numeri continuè proportionales fuerint: is verò qui post vnitatem sequitur, fuerit quadratus: etiam reliqui omnes quadrati erunt: & si is qui vnitatem sequitur fuerit cubus: etiam reliqui omnes erunt cubi.

Prop: 10. Theor:) Si ab vnitate aliquot numeri proportionales fuerint: is verò qui vnitatem sequitur, non fuerit quadratus: neq; quispiam insequentium quadratus erit, exceptis tertio ab vnitate, & vno intermittentibus omnibus: & si qui vnitatem sequitur nõ fuerit cubus: neq; aliius quispiam cubus erit, exceptis quarto ab vnitate, & duobus intermissis omnibus.

Prop: 11. Theor:) Si ab vnitate aliquot numeri continuè fuerint proportionales minor maiorem metietur per numeros, qui inter illos numeros proportionales fuerit.

Prop: 12. Theor:) Si ab vnitate aliquot

nume-

numeri proportionales fuerint: quot extremum numerum, numeri primi metiuntur: iidem etiã eum qui vnitatẽ sequitur, metietur.

Prop: 13. Theor:) Si ab vnitate aliquot numeri continuè proportionales fuerint: is verò qui vnitatem sequitur, fuerit primus: tum maximum numerum nullus alius numerus metitur, quàm qui ex numeris fuerint cum ipso proportionalibus.

Prop: 14. Theor:) Si minimum numerũ primi numeri metiuntur: tum nullus alius eũ metietur, præterquam qui ab initio eum metiebantur.

Prop: 15. Theor:) Si tres numeri continuè proportionales fuerint: minimi eorum qui eandem cum eis habent proportionem duo quicunq; sunt compositi, ad reliquum primi erũt.

Prop: 16. Theor:) Si duo numeri primi inter se fuerint: non erit proportio vt primus ad secundum, ita secundus ad aliquem alium.

Prop: 17. Theor:) Si fuerint aliquot numeri continuè proportionales, & illorum extremi sint inter se primi: non erit vt primus ad secundum, ita extremus ad aliquem aliũ.

Prop:

Prop:) 18. *prob:)* *Duobus propositis numeris contemplari, an tertius proportionalis inueniri possit.*

Prop: 19. *prob)* *Tribus datis numeris contemplari an quartus proportionalis inueniri possit.*

Prop: 20. *Theo:)* *Plures sunt numeri primi: quàm quæuis primorum numerorum multitudo proposita.*

Prop: 21. *Theor:)* *Si numeri pares quotquot illorum sint componantur: tum totus numerus erit par.*

Prop: 22. *Theor:)* *Si numeri impares quotcunq; illorum fuerint, componantur, & par illorum fuerit multitudo: tum totus numerus par erit.*

Prop: 23. *Theor:)* *Si aliquot numeri impares componantur, & illorum multitudo fuerit impar: totus etiam numerus impar erit.*

Prop: 24. *Theor:)* *Si à numero pari auferatur numerus par, etiam reliquus numerus par erit.*

Prop: 25. *Theor:)* *Si à numero pari, numerus impar auferatur: etiam reliquus impar erit.*

Prop:

Prop: 27. Theor:) Si à numero impari auferatur numerus par: etiam reliquus numerus impar erit.

Prop: 28. Theor:) Si numerus impar numerum parem multiplicauerit: ac fecerit aliquem, is qui fit numerus, par erit.

Prop: 29. Theor:) Si numerus impar numerum imparem multiplicauerit, ac produxerit aliquem: is qui producitur est impar.

Prop: 30. Theor:) Si numerus impar numerum parem metitur: etiam dimidium eius metietur.

Prop: 31. Theor:) Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus, & ad eius duplum primus erit.

Prop: 32. Theor:) Numeri qui per binarium numerum duplicãtur, solum pariter pares sunt.

Prop: 33. Theor:) Si numerus aliquis dimidium sui habuerit imparem: is erit pariter impar tantum.

Prop: 34. Theor:) Si numerus par neq; ex ijs erit, qui per binarium sunt duplicati: neq; ex ijs qui dimidium sui habent numerum

imparem: is erit pariter par: & erit pariter impar.

Prop: 35. Theor:) Si fuerint aliquot numeri continuè proportionales, & à secundo atq; postremo auferatur numerus, primo æqualis: tum erit vt excessus secundi ad primũ, sic excessus postremi ad omnes qui eum præcedunt.

Prop: 36. Theor:) Si ab vnitate exponantur aliquot numeri continuè proportionales in proportione dupla: donec totus compositus primus fiat: & totus numerus ille in extremum multiplicatus producat aliquem: numerus qui fit, erit perfectus.

Finis Libri Noni Elementorum Euclidis.

EVCLIDIS ELEMENtorum liber decimus.

Definitiones.

COmmensurabiles magnitudines illæ dicũtur esse, quas eadẽ mensura metitur. Incommensurabiles verò illæ magnitudines di-

nes dicuntur: quarum nullam cõmunem mensuram contingit inuenire.

Lineæ rectæ potentia cõmensurabiles sunt: quarum quadrata vna eademq; superficies metitur.

Lineæ verò rectæ incommẽsurabiles sunt: quarum quadrata quæ metiatur ea, nulla inueniri potest.

His sic se habentibus, ostenditur quod lineæ rectæ datæ, existant aliæ lineæ rectæ innumerabiles partim commẽsurabiles, partim incommensurabiles, aliæ quidem longitudine & potentia, aliæ verò potentia tantum.

Vocetur igitur linea recta data, ῥητὴ, rationalis: quæ verò huic lineæ sunt commensurabiles, siue longitudine & potentia, siue potentia tantum: & ipsæ vocẽtur rationales.

Quæ autem huic lineæ rectæ incommensurabiles sunt, nominentur irrationales.

Quadratũ etiã quod à linea proposita rationali describitur, appelletur rationale. Quæ etiã huic sunt cõmensurabilia, nominẽtur rationalia. quæ verò ei sunt incõmensurabilia, nominẽtur irrationalia aut surda. Lineæ denique, q̃

illa describunt, irrationales dicantur, si sit quadratum, ipsa latera sunt irrationalia, si verò aliæ figuræ rectilineæ, tum lineæ quæ describunt quadrata figuris rectilineis æqualia vocentur irrationales.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Duabus magnitudinibus inæqualib. propositis, si de maiori detrahatur plus dimidio: & rursus de reliquo iterum detrahatur plus dimidio, idq; semper fiat: relinquetur quædã magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.

Prop: 2. Theor:) Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, neq; residuum vnquam metiatur id quod ante se metiebatur: incommensurabiles erunt illæ magnitudines.

Prop: 3. prob:) Datis duabus magnitudinibus commensurabilibus maximam eorum communem mensuram inuenire.

Prop: 4. prob:) Datis tribus magnitudinibus commensurabilibus, maximam earum communem mensuram inuenire.

Prop: 5. Theor:) Magnitudines commen-

surabi-

ſurabiles eam inter ſe habent proportionem, quam numerus ad numerum.

Prop: 6. Theor:) Si duæ magnitudines eam habeant proportionem, quam numerus ad numerum: illæ ſunt commenſurabiles.

Prop: 7. Theor:) Magnitudines incommenſurabiles eam non habent inter ſe proportionem, quam numerus ad numerum.

Prop: 8. Theor:) Si duæ magnitudines non habuerint eam proportionem, quàm numerus ad numerum, incommenſurabiles illæ erunt.

Prop: 9. Theor:) Quadrata quæ deſcribuntur à rectis lineis longitudine commenſurabilibus, inter ſe proportionem habent, quam numerus quadratus ad numerum quadratũ. Et quadrata habentia proportionem inter ſe, quàm quadratus numerus ad quadratum numerum, habebunt etiam latera longitudine commenſurabilia. Qadrata verò quæ deſcribuntur à lineis rectis longitudine incommenſurabilibus, proportionem non habent inter ſe, quàm quadratus numerus ad numerum quadratum: & quadrata non habentia pro-

portionem, quam quadratus numerus ad quadratum: neq; latera habebunt longitudine cõmensurabilia.

Corollarium.

Exiam' demonstratis manifestum est, lineas longitudine commensurabiles, omnino potentia quoq; esse commensurabiles. Quæ verò potentia sunt commensurabiles: non omnino longitudine quoq; commensurabiles sunt: & quæ longitudine incommensurabiles sunt: nõ omnino potentia etiam incommensurabiles esse: quæ verò potentia incommensurabiles sunt: omnino etiam longitudine quoq; incommensurabiles esse.

Prop: 10. Theor:) Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secundæ fuerit commensurabilis: tertia quoque quartæ commensurabilis erit. Quod si prima secundæ fuerit incõmensurabilis, tertia quoq; quartæ erit incommensurabilis.

Prop: 11. prob:) Propositæ lineæ rectæ (quæ nominata est ῥητὴ) inuenire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidem longitudine tantum, illam verò non longitudine

tan-

tantum, sed etiam potentia incommensurabilem.

Prop: 12. Theor:) Magnitudines quæ eædem magnitudini sunt commensurabiles: inter se quoq; commensurabiles sunt.

Prop: 13. Theor:) Si fuerint duæ magnitudines, & altera eidem sit commensurabilis, altera verò incommensurabilis, illæ magnitudines incommensurabiles erunt.

Prop: 14. Theor:) Si fuerint duæ magnitudines commensurabiles, & altera illarum alteri cuipiam magnitudini sit incommensurabilis, etiam reliqua magnitudo eidem incõmensurabilis erit.

Prop: 15. Theor:) Si quatuor lineæ rectæ proportionales fuerint, possit autem prima plus quàm secunda, tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine: tertia plus poterit quàm quarta, tantò quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine, & si prima plus potest quàm secunda, tanto quantum est quadratum lineæ sibi incommensurabilis longitudine etiam tertia plus potest quàm quarta tanto

quantum eſt quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis longitudine.

Prop: 16. Theor:) Si duæ magnitudines commenſurabiles componantur, tota magnitudo compoſita ſingulis partibus commenſurabilis erit. Quod ſi tota magnitudo compoſita alterutri parti commenſurabilis fuerit: illæ duæ partes commenſurabiles erunt.

Prop: 17. Theor:) Si duæ magnitudines incommenſurabiles componantur, ipſa tota magnitudo ſingulis partibus componentibus incommenſurabilis erit. Quod ſi tota alteri parti fuerit incommenſurabilis, illæ quoque primæ magnitudines inter ſe incommenſurabiles erunt.

Prop: 18. Theor:) Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod deſcribitur à minore æquale parallelogrammon applicetur ſecundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum eſt alterum latus ipſius parallelogrammi. Si præterea parallelogrammon ſui applicatione diuidat lineam illam in partes inter ſe commenſurabiles lon-

gitu-

gitudine: illa maior linea tanto plus potes, quàm minor, quantum est quadratũ lineæ sibi commensurabilis longitudine. Quod si maior plus possit quàm minor, tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine: & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammon applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantùm est alterum latus ipsius parallelogrammi, parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se longitudine commensurabiles.

Prop: 19. Theor:) Si fuerint duæ lineæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum secundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus eiusdem parallelogrammi: si parallelogrammum præterea sui applicatione diuidat lineam in partes se longitudine incommensurabiles, maior illa linea tanto plus potes quàm minor: quantum est quadratum lineæ sibi maiori in-

commensurabilis longitudine: quod si maior linea tanto plus possit quàm minor, quantum est quadratum lineæ commensurabilis sibi longitudine, & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi: quantum est alterum latus ipsius: parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se incommensurabiles longitudine.

Prop: 20. Theor:) Rectangulum quod lineis rectis rationalibus longitudine commensurabilibus secundum vnum aliquem ex prædictis modum continetur: rationale est.

Prop: 21. Theor:) Si rationale secundum lineam rationalem applicetur: habebit alterum latus lineam rationalem & commensurabilem longitudine, lineæ cui rationale parallelogrammon applicatur.

Prop: 22. Theor:) Rectangulum quod continetur duabus lineis rectis rationalibus potentia tantum commensurabilibus irrationalis est: linea autem, quæ illud potest irrationalis & ipsa est, vocetur verò medialis.

Lem-

Lemma.) Si sint duæ lineæ rectæ, erit vt prima ad secundam, ita quadratum quod à prima describitur: ad rectangulum quod duabus illis rectis continetur.

Prop: 23. Theor:) Quadratum lineæ medialis applicatum secundum lineam rationalem alterun latus habet lineam rationalem & incommensurabilem longitudine lineæ rectæ secundum quàm applicatur.

Pro: 24. Theor:) Recta q̃ lineæ rectæ mediali cõmensurabilis est: & ipsa medialis est.

Prop: 25. Theor:) Rectangulum quod continetur lineis rectis medialibus longitudine commensurabilibus: mediale est.

Prop: 26. Theor:) Rectangulum quod continetur lineis rectis medialibus potentia tantum commensurabilibus vel est rationale, vel mediale.

Prop: 27. Theor:) Mediale non est maius mediali, superficie rationali.

Lemma.) Duobus numeris datis in quacunq; ratione, & alio numero etiam dato: efficere vt se habet numerus ad numerum: ita se habeat ille ad alium aliquem numerum.

Prop:

Prop: 28. prob:) Mediales inuenire potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes.

Prob: 29. prob:) Mediales inuenire potentia tantum commensurabiles mediale continentes.

Lemma.

Inuenire duos numeros quadratos tales, vt qui ex ipsis compositus est, sit quadratus.

Lemma.

Inuenire duos numeros quadratos tales, vt numerus ex ipsis compositus non sit quadratus.

Lemma.

Duobus numeris datis, & linea recta data efficere, vt sicut numerus ad numerum, sic quadratum quod à linea describitur, se habeat ad quadratum quod ab alia linea recta describitur.

Prop: 30. prob:) Duas rectas rationales potentia tantum commensurabiles inuenire: ita vt maior plus possit, quàm minor quadrato, quod describitur à linea recta longitudine sibi commensurabili.

Lem-

Lemma.

Duas rationales potentia tantum cõmensurabiles inuenire, ita vt maior plus possit quàm minor quadrato, quòd à linea longitudine sibi incommensurabili describitur.

Lemma.

Si fuerint duæ lineæ rectæ in quadam ratione, erit vt recta ad rectam: sic rectangulum quod duabus rectis continetur ad quadratum à minima descriptum.

Prop: 31. prob:) Inuenire duas mediales potentia tantum commensurabiles rationale continentes, ita vt maior plus possit minore: quadrato quod describitur à recta longitudine sibi commensurabili.

Lemma.

Si fuerint tres lineæ in quadam ratione: erit vt prima ad tertiam, sic rectangulũ quod prima & media continetur ad rectangulum quod media & maiore continetur.

Prop: 32. prob:) Duas mediales potentia tantum commensurabiles mediale continentes inuenire, ita vt maior plus possit quàm minor quadrato, quod à recta sibi commensurabili describitur. Prop:

Prop:33.Prob:) Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire: quæ faciant compositum ex quadratis quæ ab ipsis describuntur rationale: rectangulum verò illis contentum mediale.

Prop: 34.prob:) Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire: quæ faciant compositum ex quadratis ab ipsis descriptis mediale: rectangulum verò ipsis rectis comprehensum rationale.

Prop: 35.prob:) Duas rectas potentia incommensurabiles inuenire: quæ faciant compositū ex quadratis,quæ ab ipsis describuntur mediale: & quod ipsis continetur rectangulū mediale:præterea incommensurabile composito ex quadratis quæ ab ipsis describuntur.

Prop: 36. Theor:) Si duæ rationales potentia tantum commensurabiles componantur:tota linea recta irrationalis est, vocetur autem binomium.

Prop:37.Theor:) Si fuerint duæ mediales potentia tantum commensurabiles compositæ continentes rationale: tota irrationalis erit, & vocetur bimediale, aut ex duabus medialibus prima.

Prop:

Prop: 38. Theor:) Si duæ mediales potentia tantum commensurabiles componantur mediale continentes: tota irrationalis erit. vocetur autem bimediale secundum.

Prop: 39. Theor:) Si duæ rectæ potentia commensurabiles componantur conficientes compositum ex quadratis ipsarum rationale, & rectangulum quod illis continetur mediale: tota linea recta est irrationalis, vocetur autem linea maior.

Prop: 40. Theor:) Si duæ lineæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex ipsarum quadratis mediale: id verò quod fit ex ipsis rationale: tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

Prop: 41. Theor:) Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum mediale: & quod continetur ex ipsis mediale: atque præterea incommensurabilis composito ex quadratis illarum rectarum: tota linea est irrationalis: et vocetur ea potens duo medialia.

Prop: 42. Theor:) Binomiũ in vnico tantum

tum puncto diuiditur in sua nomina, id est, in lineas, ex quibus componitur.

Prop: 43. Theor:) Bimediale prius in vnico tantum pũcto diuiditur in sua nomina.

Prop: 44. Theor:) Bimediale secundum in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Prop: 45. Theor:) Linea maior in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Prop: 46. Theor:) Linea recta potens rationale & mediale, in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Prop: 47. Theor:) Linea potens duo medialia in vnico tantum puncto diuiditur in sua nomina.

Prop: 48. prob:) Inuenire binomium primum.

Prop: 49. prob:) Inuenire binomium secundum.

Prop: 50. prob:) Inuenire binomium tertium.

Prop: 51. prob:) Inuenire binomium quartum.

Prop: 52. prob:) Inuenire binomiũ quintũ.

Prob:

Prop: 53. prob:) Inuenire binomiũ ſextũ.

Prop: 54. Theor:) Si ſuperficies aliqua contenta fuerit rationali & binomiali primo: linea quæ illam poteſt ſuperficiem, eſt irrationalis, quæ nominatur binomium.

Prop: 55. Theor:) Si ſuperficies aliqua continetur rationali & binomiali ſecundo: linea, quæ illam poteſt, rationalis eſt, quæ nominatur bimediale primum.

Prop: 56. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali & binomio tertio: recta quæ illam poteſt, irrationalis eſt, quæ vocatur bimediale ſecundum.

Prop: 57. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali & binomio quarto: recta quæ illam poteſt irrationalis eſt, & vocatur maior.

Prop: 58. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali & binomio quinto: recta quæ illam poteſt irrationationalis eſt, quæ vocatur potens rationale & mediale.

Prop: 59. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali & binomio ſexto: recta quæ illam poteſt irrationalis eſt, quæ vocatur potens duo medialia.

Prop: 60. Theor:) Quadratum binomij applicatum lineæ rationali: facit alterum latus binomium primum.

Prop: 61. Theor:) Quadratum bimedialis primi applicatum rationali alterum latus: facit binomium ſecundum.

Prop: 62. Theor:) Quadratum bimedialis ſecundi rationali applicatum: facit alterũ latus binomium tertium.

Prop: 63. Theor:) Quadratum lineæ maioris applicatum rationali: facit alterum latus binomium quartum.

Prop: 64. Theor:) Quadratum lineæ potentis rationale & mediale, applicatum rationali: facit alterum latus binomium quintum.

Prop: 65. Theor:) Quadratum lineæ potentis duo medialia, applicatum rationali: facit alterum latus binomium ſextum.

Prop:) 66. Theor:) Linea longitudine commenſurabilis binomio: & ipſa binomium eſt, & eiusdem ordinis.

Prop: 67. Theor:) Linea longitudine commenſurabilis bimediali, & ipſa bimediale eſt, & eiusdem ordinis.

Prop:

Prop: 68. Theor:) Linea commensurabilis lineæ maiori, & ipsa maior est.

Prop: 69. Theor:) Linea commensurabilis lineæ potenti rationale & mediale: & ipsa potens rationale & mediale est.

Prop: 70. Theor:) Linea commensurabilis lineæ potenti duo medialia: & ipsa potens est duo medialia.

Propositio 71. Theorema.) Si duæ superficies rationalis & medialis componantur: linea, quæ totam superficiē compositam potest, est vna ex quatuor irrationalib. vel ea q̄ dicitur binomiū, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens, rationale, & mediale.

Prop: 72. Theor:) Si duæ superficies mediales incommensurabiles componantur: fient duæ reliquæ lineæ irrationales, vel bimediale secundum, vel linea potens duo medialia.

Secundus ordo alterius rationis, quæ est de Subtractione.

Principium senariorum per subtractionem.

Prop: 73. Theor:) Si à rationali auferatur rationalis, potētia tantum cōmensurabilis ipsi toti: tum reliqua irrationalis est: vocetur autem residuum.

Prop: 74. Theor:) Si à linea mediali auferatur medialis potentia tantum commensurabilis ipsi toti, quæ verò ablata est cum tota contineat superficiem rationalem: residua irrationalis est, vocetur autem residuum mediale primum.

Prop: 75. Theor:) Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantum commensurabilis toti: quæ verò detracta est cum tota contineat superficiem medialem: reliqua irrationalis est, vocetur autem residuum mediale secundum.

Prop: 76. Theor:) Si auferatur à linea recta, quædam alia potentia incommensurabilis toti, compositum autem ex quadratis totius lineæ, & lineæ ablatæ sit rationale: & quod illis continetur, sit mediale: reliqua linea irrationalis erit, vocetur autem linea minor.

Prop: 77. Theor:) Si à linea recta auferatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ ablatæ sit mediale: quod verò illis continetur sit rationale: reliqua linea irrationalis erit: vocetur autem linea faciens cum su

perfi-

perficie rationali totam ſuperficiem medialẽ.

Pro: 78. Theor:) Si à linea recta auferatur recta potentia incommenſurabilis toti lineæ, compoſitum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ ſit mediale, quod verò illis continetur, etiam ſit mediale: præterea quadrata ipſarum ſint incommẽſurabilia ei quod illis continetur:: reliqua linea irrationalis eſt, vocetur autem linea faciens cum ſuperficie mediali totam ſuperficiem medialem.

Prop. 79. Theor:) Reſiduo vnica tantũ linea recta coniungitur rationalis potentia tantum commenſurabilis toti lineæ.

Prop: 80. Theor:) Reſiduo mediali primo vnica tantum linea coniungitur medialis potentia tantum commenſurabilis toti, ipſa cum tota, continens rationale.

Prop: 81. Theor:) Reſiduo mediali ſecundo vnica tantum coniungetur medialis potentia tantum commenſurabilis toti, ipſa cum tota continens mediale.

Prop: 82. Theor:) Lineæ minori vnica tantum recta coniungitur potentia incommenſurabilis toti faciens cum tota compoſitũ

ex quadratis ipsarum rationale: id verò quod illis continetur mediale.

Prop: 83. Theor:) Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem vnica tantum coniungitur linea recta, potentia incommensurabilis toti: faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum mediale, id verò quod fit ex ipsis, rationale.

Prop: 84. Theor:) Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem vnica tantum coniungitur linea potentia toti incommensurabilis, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarum mediale: id verò quod fit ex ipsis etiam mediale, & præterea faciens compositum ex quadratis ipsarum incommensurabile ei quod ex ipsis fit.

Prop: 85. prob:) Primũ residuũ inuenire.

Prop: 86. prob:) Secundũ residuũ inuenire.

Prop: 87. prob:) Tertiũ residuũ inuenire.

Prop: 88. prob:) Quartũ residuũ inuenire.

Prop: 89. prob:) Quintũ residuũ inuenire.

Prop: 90. prob:) Sextũ residuũ inuenire.

Prop: 91. Theor:) Si superficies contineatur linea rationali, & residuo primo linea quæ

illam

illam ſuperficiem poteſt: eſt reſiduum.

Prop: 92. Theor:) Si ſuperficies continea tur linea rationali & reſiduo ſecundo: linea quæ illam ſuperficiem poteſt: eſt reſiduum mediale primum.

Prop: 93. Theor:) Si ſuperficies continetur linea rationali, & reſiduo tertio: linea quæ illam ſuperficiem poteſt: eſt reſiduum rationale ſecundum.

Prop: 94. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali, & reſiduo quarto: recta quæ illam poteſt ſuperficiem: eſt minor linea.

Prop: 95. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali & reſiduo quinto, recta quæ illam ſuperficiem poteſt: eſt ea quæ dicitur cum rationale faciens totam medialem.

Prop: 96. Theor:) Si ſuperficies continetur rationali, & reſiduo ſexto, recta quæ illam poteſt, eſt ea quæ dicitur faciens cum mediali totam medialem.

Prop: 97. Theor:) Quadratum reſidui ſecundum lineam rationalem applicatum: facit alterum latus reſiduum primum.

Prop: 98. Theor:) Quadratum reſidui me-

dialis primi applicatum rationali: facit alterum latus residuum secundum.

Prop: 99. Theor:) Quadratum residui medialis secundi applicatum rationali: facit alterum latus residuum tertium.

Prop: 100. Theor:) Quadratum lineæ minoris, applicatum rationali: facit alterum latus residuum quartum.

Prop: 101. Theor:) Quadratum lineæ cum rationali superficie facientis totam medialẽ, applicatum rationali, facit alterum latus residuum quintum.

Prop: 102. Theor:) Quadratum lineæ cũ mediali superficie facientis totam medialem, applicatum rationali, facit alterum latus residuum sextum.

Prop: 103. Theor:) Linea recta commensurabilis residuo longitudine: est & ipsa residuum, & eiusdem ordinis.

Prop: 104. Theor:) Linea commensurabilis residuo mediali, & ipsa residuum mediale est, & eiusdem ordinis.

Prop: 105. Theor:) Linea commensurabilis lineæ minori, & ipsa linea minor est.

Prop:

Prop: 106. *Theor:*) *Linea commensurabilis lineæ cum rationali superficie facienti totam medialem, est & ipsa linea cum rationali superficie faciens totam medialem.*

Prop: 107. *Theor:*) *Linea commensurabilis lineæ cum mediali superficie facienti totam medialem, commensurabilis est, & ipsa cum mediali superficie faciens totam medialem.*

Prop: 108. *Theor:*) *Si auferatur de superficie rationali superficies medialis, linea quæ reliquam superficiem potest: est alterum ex duabus irrationalibus, aut residuum, aut linea minor.*

Prop: 109. *Theor:*) *Si auferatur à superficie mediali rationalis superficies, aliæ duæ irrationales: fiunt aut residuum mediale primum, aut cum rationali superficie faciens totam medialem.*

Prop: 110. *Theor:*) *Si auferatur à mediali superficies medialis incommensurabilis toti: fiunt reliquæ duæ irrationales, aut residuum mediale secundum, aut cum mediali superficie faciens totam medialem.*

Prop: 111. Theor:) Linea quæ residuum dicitur, non est eadem cum ea, quæ binomium appellatur.

Prop: 112. Theor:) Quadratum lineæ rationalis applicatum binomio, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia binomij nominibus, & ei eadem proportione: præterea id quod fit residuum, eundem ordinem retinet, quem binomium.

Prop: 113. Theor:) Quadratum lineæ rationalis applicatum residuo: facit alterum latus binomium, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui, & in eadem proportione: præterea id quod fit binomium, est eiusdem ordinis, cuius & residuum.

Prop: 114. Teeor:) Si superficies continetur residuo & binomio, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui, & in eadem proportione, linea quæ illam superficiem potest, est rationalis.

Prop: 115. Theor:) Ex linea mediali nascuntur innumerabiles lineæ irrationales, quarum nulla cum ante dictis sit eadem.

Prop: 116. Theor:) Propositum nobis sit demon-

demonſtrare in figuris quadratis diametrum eſſe longitudine incõmenſurabilem ipſi lateri.

Finis Decimi Libri.

EVCLIDIS ELEMENTORUM vndecimus, & Stereometriæ primus.

Definitiones.

CORpus ſolidum eſt, quod habet longitudinem, latitudinem, & profunditatem.

Corporis ſolidi extremitas eſt ſuperficies.

Linea recta ad planum aliquod dicetur eſſe erecta, quando illa linea recta ad omnes quæ eam tangunt, & in eodem ſubiecto plano exiſtunt rectas: fecerit angulos rectos.

Planum ad alterum planum erit erectum, quando lineæ rectæ ad angulos rectos ductæ in communi planorum interſectione in altero planorum, reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

Lineæ rectæ ad planum inclinatio erit, quando à puncto ſublimi ad ipſum planum ducta fuerit lineæ rectæ perpendicularis, & à

puncto

puncto facto, atq; extremitate vna lineæ rectæ in plano ducatur linea recta, angulus inquam ille acutus, quem continent linea recta ducta, & recta linea perpendicularis.

Plani inclinatio ad planum erit angulus acutus, quem continent lineæ rectæ ad angulos rectos ductæ in communi sectione, ad vnũ idemq; punctum in vtroq; plano.

Planum ad aliud planum similiter inclinatum esse dicitur, & aliud quoddam planum ad aliud planum; quando anguli inclinationum fuerint æquales inter se.

Plana æquedistantia sunt, quæ nunquam concurrunt.

Figuræ solidæ similes sunt: quæ continentur planis similibus, & numero æqualibus.

Æquales verò et similes figuræ solidæ sunt, quæ planis continentur similibus, æqualibus numero, & magnitudine.

Angulus solidus est plurium quàm duarum linearum rectarum sese mutuò tangentium, & in vno plano minimè existentium ad omnes lineas inclinatio. Aliter.

Angulus solidus est, qui plurib. quã duobus an-

bus angulis planis continetur, qui non in eode̅ sunt plano, & ad vnu̅ constituu̅tur punctum.

Pyramis est figura solida planis contenta, quæ constituitur ex vno plano ad vnum aliquod punctum.

Prisma est figura solida planis contenta, quorum duo opposita æqualia & similia atque æquedistantia sunt, reliqua verò parallelogramma.

Sphæra est figura solida, quæ fit quando manente semicirculi diametro, ipse semicirculus circumducitur, donec in eundem restituatur locum, vnde cœperat moueri.

Axis sphæræ est linea recta fixa manens circa quam semicirculus voluitur.

Centrum verò sphæræ est illud ipsum quod & semicirculi.

Diameter sphæræ est, linea recta per centrum ducta, quæ terminatur ex vtraq; parte sphæræ circumferentia.

Conus est figura solida, quæ fit quando manente alicuius trianguli rectanguli latere vno, ex ijs quæ angulum continent rectum, ipse triangulus circumducitur & restituitur in

locum

locum vnde cœperat moueri, quod si igitur linea recta manens fuerit æqualis, reliquo lateri circumducto, & angulum rectum continenti: tum conus erit rectangulus, si verò minor, amblygonius: si deniq; maior, oxygonius.

Axis coni est recta illa manens, circa quã voluitur triangulus.

Basis eius circulus, qui describitur per lineam rectam, quæ circumducitur.

Cylindrus est figura solida, quæ fit quando parallelogrammi alicuius rectanguli vno ex lateribus quæ angulum continent rectum manente, ipsum parallelogrammon circunducitur, donec in eundem restituatur locum, vnde cœperat moueri.

Axis cylindri est linea recta, quæ immobilis permanet, & circa quam ipsum vertitur parallelogrammon.

Basis verò circuli illi, qui describitur à duobus oppositis lateribus, quæ circumuoluuntur.

Similes coni & cylindri sunt, quorum & axes & diametri, basium proportionales sunt.

Cubus est figura solida sex æqualibus quadratis contenta.

Tetra-

Tetraedron est figura solida, quæ quatuor triangulis æqualibus, & æqualium laterum existentibus continetur.

Octaedron est figura solida, quæ octo triangulis æqualibus, & æqualium laterum existentibus, continetur.

Dodecaedron est figura solida duodecim pentagonis æqualibus, & æqualium laterum, & angulorum æqualium continetur.

Ecosaedron est figura solida, quæ viginti triangulis æqualibus, & æqualium laterum continetur.

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) Pars alicuius lineæ non erit in plano subiecto, & eiusdem alia pars in sublimi.

Prop: 2. Theór:) Si duæ rectæ lineæ sese secant, erunt illæ in eodem plano, & omnis triangulus in vno est plano.

Prop: 3. Theor:) Si duo plana sese mutuò secant, communis illorũ sectio est linea recta.

Prop: 4. Theor:) Si recta linea duabus rectis sectis sese mutuò secantib. fuerit ad angulos rectos ducta, et ad cõmunẽ intersectionẽ

consti-

conſtituta: erit etiam ei plano ad angulos rectos conſtituta: quod per ipſos ducitur.

Prop: 5. Theor:) Si recta linea tribus rectis ſeſe mutuò tangentibus ad angulos rectos in communi ſectione fuerit cõſtituta: illæ tres lineæ rectæ in vno eodemq; ſunt plano.

Prop: 6. Theor:) Si duæ lineæ rectæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint conſtitutæ: illæ rectæ æqüediſtantes inter ſe erunt.

Prop: 7. Theor:) Si fuerint duæ lineæ rectæ æquediſtantes: ſumantur autem in vtraque illarum quæuis puncta: recta quæ duo iſta puncta coniungit: in eodem plano eſt cum lineis æquediſtantibus.

Prop: 8. Theor:) Si duæ lineæ rectæ æquediſtantes fuerint, & altera illarum, alicui plano ad angulos rectos fuerit: etiam reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

Prop: 9. Theor:) Quæ eidem lineæ rectæ æquediſtantes ſunt, & non fuerint cum ipſa in eodem plano: etiam inter ſe æquediſtantes erunt.

Prop: 10. Theor:) Si duæ lineæ rectæ ſeſe mutuò tangentes: fuerint poſitæ ad duas lineas ſeſe

as seſe mutuò tangenies non in eodem plano: æquales continebunt angulos.

Prop: 11. prob:) A dato puncto in ſublimi exiſtente, ad ſubiectum planum perpendicularem lineam rectam ducere.

Prop: 12. prob:) Dato plano à puncto quod in eo eſt: lineam rectam ad angulos rectos ductam erigere.

Prop: 13. prob:) Dato plano à puncto quod in eo eſt, duæ rectæ lineæ ad angulos rectos non erigentur in easdem partes.

Prop: 14. Theor:) Ad quæcunque plana eadem linea recta, eſt recta, ſeu ad angulos rectos ducta: ea plana inter ſe æquediſtantia ſunt.

Prop: 15: Theor:) Si duæ rectæ ſeſe mutuò tangentes, ad duas alias ſeſe mutuò tangentes, non fuerint in eodem plano, plana quæ per ipſa ducuntur, ſunt æquediſtantia.

Prop: 16. Theor:) Si duo plana æquediſtantia apud quoddam planum ſecet: communes eorum ſectiones æquediſtantes ſunt.

Prop: 17. Theor:) Si duas rectas ſecant

duo plana æquedistantia: in easdem illas secabunt rationes.

Prop: 18. Theor:) Si recta quædam cuidã plano fuerit ad angulos rectos constituta: etiam omnia plana quæ per ipsa ducuntur, eidem plano ad angulos rectos erunt.

Prop: 19. Theor:) Si duo plana sese mutuò secantia, cuidam plano fuerint ad angulos rectos constituta: etiam communis illorum sectio, eidem plano, ad angulos rectos erit constituta.

Prop: 20. Theor:) Si angulus solidus tribus angulis planis continetur, duo ex illis quicunq; fuerint, maiores reliquo, quotunq; sumantur modo.

Prop: 21. Theor:) Omnis angulus solidus, continetur paucioribus quàm quatuor planis, ijsq; rectis angulis.

Prop: 22. prob:) Si fuerint tres anguli plani, quorum duo maiores sunt reliquo, quouis modo sumpti: eosq; contineant rectæ æquales: constitui potest triangulus ex rectis, quæ illas rectas æquales coniungunt.

Prop: 23. prob:) Ex tribus angulis planis,

nis, quorum duo maiores sunt reliquo, quocũq; sumãtur modo, angulum solidum constituere, oportet verò illos tres, quatuor rectis minores esse.

Prop: 24. Theor:) Si solidum aliquod continetur planis æquedistantibus: plana opposita huic solido, æqualia & parallelogramma sunt.

Prop: 25. Theor:) Si solidum parallelepipedon plano secetur, quod æquedistat planis oppositis: erit vt basis ad basin, sic solidum ad solidum.

Prop: 26. prob:) Ad datam rectam, & ad datum in ea punctum, dato angulo solido, æqualem angulum solidum constituere.

Prop: 27. Theor:) A data linea recta, dato solido parallelepipedo simile, & similiter positum solidum parallelepipedon describere.

Prop: 28. Theor:) Si solidum parallelepipedon plano aliquo secetur, tum & illud ipsum solidum secabitur in duas æquales partes à plano per lineas diagonales eorum planorum quæ opposita sunt.

Prop: 29. Theor:) Solida parallelepipeda

quæ ſuper eadem baſi ſunt conſtituta: & ſub eadem altitudine, quorum lineæ erectæ vel cõ ſtitutæ in eisdem ſunt lineis rectis: illa inter ſe ſunt æqualia.

Prop: 30. Theor:) Solida parallelepipeda ſuper eadem baſi conſtituta, & ſub eadem altitudine, quorum lineæ conſtitutæ, non ſunt in eisdem lineis rectis: æqualia inter ſe ſunt.

Prop: 31. Theor:) Solida parallelepipeda ſuper baſibus æqualibus conſtituta, & ſub eadem altitudine: illa ſunt æqualia inter ſe.

Prop: 32. Theor:) Solida parallelepipeda ſub eadem altitudine conſtituta: ſeſe habent, vt ipſæ baſes.

Prop: 33. Theor:) Similia ſolida parallelepipeda: ſeſe habent in ratione homologorum laterum triplicata.

Prop: 34. Theor:) Æqualium ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et quorum ſolidorum parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: illa æqualia inter ſe ſunt.

Prop: 35. Theor:) Si fuerint duo anguli plani æquales, & in illorum verticibus ſubli-

mes

mes constituantur lineæ rectæ, continentes cum lineis ab initio propositis angulos æquales alterum alteri: & in lineis sublimioribus sumantur quæuis puncta, à quibus ad plana, in quibus sunt anguli ab initio positi, ducantur perpendiculares: denique à iam factis punctis per ipsas perpendiculares in planis ad angulos, ab initio propositos ductæ fuerint lineæ rectæ: illæ cum lineis sublimioribus æquales augulos continent.

Prop: 36. Theor:) Si tres lineæ rectæ fuerint proportionales solidum parallelepipedon quod ex illis tribus rectis fit, est æquale solido parallepipedo æquilatero quod describitur à linea media, & æquales angulos habenti cum præcedente.

Prop: 37. Theor:) Si quatuor rectæ proportionales fuerint, etiam parallelepipeda similia & similiter descripta proportionalia erunt, & si solida parallelepipeda similia & similiter descripta proportionalia fuerint, etiam ipsæ lineæ rectæ proportionales erunt.

Prop: 38. Theor:) Si planum aliquod ad aliud planum fuerit erectum, & à puncto ali-

quo, quod in altero planorum est ad alterum planum ducatur perpendicularis: illa cadet in communem planorum sectionem.

Prop: 39. Theor:) Si solidi parallelepipedi latera planorum oppositorum fuerint secta in duas partes æquales: & per ipsas sectiones ducãtur plana: communis planorum sectio, & diameter solidi parallelepipedi sese mutuò secant in duas partes æquales.

Prop: 40. Theor:) Si fuerint duo prismata eiusdem altitudinis, quorum alterum basin habet parallelogrammon: alterum verò triangulum: atq; parallelogrammon sit trianguli duplum: illa duo prismata æqualia sunt.

Finis Libri Vndecimi.

EVCLIDIS LIBER DVODECIMUS Elementorum, & Stereometriæ secundus.

Propositio 1. Theorema.

Polygona similia quæ in circulis sunt: ad sese mutuò se habent, vt quadrata quæ à diametris describuntur.

Prop:

Prop: 2. Theor:) Circuli ita ſeſe mutuò habent, vt quadrata quæ à diametris deſcribuntur.

Prop: 3. Theor:) Omnis pyramis quæ baſin habet triangularem: diuiditur in pyramides æquales, & ſimiles inter ſe: habentes baſes triangulares, & ſimiles toti: atque duo priſmata æqualia, & duo illa priſmata maiora ſunt, quàm dimidium totius pyramidis.

Prop; 4. Theor:) Si fuerint duæ pyramides eiusdem altitudinis, habentes baſes triangulares, vtraq; diuidetur in duas pyramides æquales inter ſe, & ſimiles toti, atq; duo priſmata æqualia, & ex iam factis pyramidibus vtraque eodem modo diuidatur, & illud ſemper fiat: erit vt vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic omnia priſmata quæ in vna pyramide ſunt ad omnia priſmata æqualia numero alterius pyramidis.

Prop: 5. Theor:) Pyramides quæ eiusdem ſunt altitudinis, & baſes habẽt triangulares: ita ſe habent vt baſes.

Propoſit: 6. Theor:) Pyramides quæ eius-

dem ſunt altitudinis, et polygonas habent baſes, ita ſe habent vt baſes.

Prop: 7. Theor:) Omne priſma triangularem habens baſin, diuiditur in tres pyramides inter ſe æquales, habentes baſes triangulares.

Prop: 8. Theor:) Pyramides ſimiles, & triangulares baſes habentes, proportionem laterum homologorum habent triplicatam.

Prop: 9. Theor:) Piramidum æqualium, & triangulares baſes habentium, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. & quorum pyramidum triangulares baſes habentium reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus: illæ ſunt æquales.

Prop: 10. Theor:) Omnis conus, tertia cylindri pars eſt eius nempe, cum quo eandem baſin habet, & altitudinem æqualem.

Prop: 11. Theor:) Coni & Cylindri qui ſub eadem ſunt altitudine, ſeſe mutuò habent, vt ipſæ baſes.

Prop: 12. Theor:) Similes coni, & cylindri triplicatam habent diametrorum quæ in baſibus ſunt, rationem.

Prop:

Prop: 13. Theor:) Si cylindrus plano fuerit sectus æquedistanti planis oppositis, erit vt cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

Prop: 14. Theor:) Coni & Cylindri habentes bases æquales, sese mutuo habent vt altitudines.

Prop: 15. Theor:) Æqualium conorum & cylindrorum reciprocæ sunt bases altitudinibus: & quorum conorum atq; cylindrorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus: illi æquales sunt.

Prop: 16. prob:) Datis duobus circulis, qui æque eodem centro descripti sunt, in maiorem circulum polygonon æquilaterum & parium laterum inscribere, quod minorem circulum non tangat.

Prop: 17. prob:) Datis duabus sphæris ex vno eodemq; centro descriptis in sphæram maiorem inscribere polygonon, quod superficiem minoris sphæræ non tangat.

Prop: 18. Theor:) Sphæræ suorum diametrorum rationem habent triplicatam.

Finis Duodecimi Libri.

EVCLIDIS LIBER DECIMUS tertius, & Stereometriæ tertius.

Prop: 1. Theorema.

SI recta linea secta fuerit extrema & media ratione, maius segmentum dimidiam assumẽs totius partem: quintuplo plus potest, quàm quadratum quod à dimidio totius segmento describitur.

Prop: 2. Theor:) Si recta linea quintuplo plus potest sui ipsius segmenti diuisi extrema & media ratione: maius segmentum erit reliqua pars ab initio propositæ lineæ rectæ.

Prop: 3. Theor:) Si recta linea extrema & media ratione secetur, minus segmentum verò assumat dimidium maioris segmenti quintuplo plus potest, quàm quadratum quod à maioris segmenti dimidio describitur.

Prop: 4. Theor:) Si recta linea extrema & media ratione fuerit secta, quadratum à tota descriptum, & à minore segmento illa duo quadrata tripla sunt quadrati à maiore segmento descripti.

Prop:

Prop: 5. Theor:) Si recta linea extrema & media ratione secetur, eiq; apponatur recta maiori segmento æqualis: tota illa recta extrema & media ratione secta erit, & segmentum maius est linea recta ab initio proposita.

Prop: 6. Theor:) Si recta rationalis extrema & media ratione secetur, vtrũq; segmentum irrationale est, qnod vocatur residuum.

Prop: 7. Theor:) Si alicuius pentagoni tres anguli siue contigui sint, siue non contigui: fuerint inter se æquales, tum illud pentagonon æqualium erit angulorum.

Prop: 8. Theor:) Si pentagoni alicuius quod latera habet æqualia, & angulos æquales, angulos duos contiguos subtendant rectæ: illæ extrema & media ratione seſe secant, & maiora illorum segmenta, sunt æqualia lateri ipsius pentagoni.

Prop: 9. Theor:) Si hexagoni & decagoni in eundem circuli inscriptorum latera componantur: tota linea recta erit extrema, & media ratione secta, & maius segmentum est latus hexagoni.

Prop:

Prop: 10. Theor:) Si in circulum pentagonon æquilaterum inſcribatur, tum pentagoni latus poteſt latus hexagoni & decagoni, quæ in eundem inſcripta ſunt circulum.

Prop: 11. Theor:) Si in circulum qui diametrũ habet rationalem, inſcribatur pentagonon æquilaterum, tum pentagoni latus irrationale eſt, & vocatur minor.

Prop: 12. Theor:) Si in circulum inſcribatur triangulus æquilaterus, tum trianguli latus potentia triplum eſt lineæ ex centro circuli ductæ.

Prop: 13. prob:) Pyramidem conſtituere, & ſphęræ datæ includere, atque demonſtrare quod diameter ſphęræ potentia ſeſquialtera eſt lateris ipſius pyramidis.

Prop: 14. prob:) Octaedron conſtituere, et ſphęræ includere, in qua et pyramidem: atq; demonſtrare quod diameter ſphęræ potentia dupla ſit lateris octaedri.

Prop: 15. prob:) Cubũ conſtituere, & ſphęræ ei includere, cui & præcedentia, ac demonſtrare, quod diameter ſphęræ potentia ſit tripla lateris cubici.

Prop:

Prop: 16. prob:) Eicoſaedron conſtituere, & ſphæræ includere, cui & præcedẽtes includimus, ac demonſtrare, quod latus Eicoſaedri irrationale ſit, quod vocatur minus.

Prop: 17. prob:) Dodecaedron conſtituere, & ſphæra circundare, qua & antecedentes figuras, ac demonſtrare quod dodecaedri latus irrationale ſit, quod vocatur reſiduum.

Prop: 18. prob:) Latera quinq; horum corporum regularium proponere, & inter ſe conferre.

Finis Libri Decimitertij.

EVCLIDIS ELEMENtorum geometriæ liber decimusquartus.

Propoſitio 1. Theorema.

QVæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo deſcripti perpendicularis eſt acta, dimidia eſt ſimul vtriuſq;, & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

Prop: 2. Theor:) Idem circulus comprehendit

& dodecaedri quinquangulum, & icosaedri triangulum in eadem sphera descriptorum.

Prop: 3. Theor:) Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulum, & ex centro perpendicularis in vnum latus acta fuerit, quod trigesies sub vno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecaedri superficiei.

Prop: 4. Theor:) Hoc demonstrato ostendendum est, quod erit vt vna dodecaedri superficies ad icosaedri superficiem, sic cubi latus ad icosaedri latus.

Finis libri decimiquarti.

EVCLIDIS ELEMENTORUM geometricorum liber decimus quintus.

Propositio 1. problema.

IN dato circulo pyramida describere.

Prop: 2. prop:) In data pyramide octaedron describere.

Prop: 3 prob:) In dato cubo octaedrum describere.

Prop:

Prop: 4. prob:) In dato octaedro cubum describere.

Prop: 5. prob:) In dato icosaedro dodecaedrum inscribere.

Finis libri decimi quinti.

EVCLIDIS OPTICA.

CVm ea quæ ad aspectum attinent, demonstraret, iucundas aliquot rationes adferebat, quibus concluderet: omnem lucem secundum rectas lineas ferri: huiusq; rei maximum argumentum dabat, tum vmbras è corporibus proiectas, tum radios per fenestras & rimas delatos: quorum nihil fieri videremus, vt nunc fit, nisi radij à Sole missi, in rectam lineam tenderent. Dicebat etiam, radios ab igne hoc nostro emissos, causam esse, cur obiecta quædam corpora partim illustrentur, partim vmbras iaciant, nunc æquales obiectis corporibus, nunc maiores, nunc minores. Atque æquales quidem vmbras ab ijs corporibus proijci dicebat, quæ æqualia essent splen-

didis

didis & lucentibus ignibus. In his enim accidere asserebat, vt & extremi radij fierent paralleli, & neq; concurrendo, vmbram minuerent, neque sese explicando, eam augerent, sed æquale esset obiectum corpus, talem vmbræ commensum radij illi seruarent. Minores verò sunt vmbræ corporibus, cùm lumina illustrantia maiora sunt: extremos enim radios concurrere, ob idq; vmbram minorem reddere contingit. Maiores denique sunt vmbræ obiectis corporibus, cùm illustrantia lumina, minora sunt. Accidit enim in his, vt extremi radij sese dilatent, & opacatam partem maiorem faciant. Quod fieri posse negabat, nisi radij, quos lumen proijcit, in rectam lineam tenderent. Sed id omnium clarissimè spectari potest in his, quæ ad id demonstrandum præcipuè comparata sunt. Si enim lucernæ cuipiam vt libet positæ, apponatur tabella, cui rimula per tenuem serrulam facta sit, ita vt rimula illa medio lucernæ respondeat, huic autem tabellæ ex altera eius parte, altera tabella propè admoueatur, in quam incidat radius per rimulam delatus, inueniemus ra-

mus radium illum, qui per prioris tabellæ rimulam in posteriorem tabellam fertur, rectis omnino lineis contineri: eum quoque qui medium lucernæ, & rimulam tabellæ connectit, in eadem esse recta linea. Itaque cum omnem lucem ferri in rectam lineam, euidens cuilibet & exploratum sit, inde se ad aspectus explicationem conuertens, concedendum censuit, vt radij ab oculo manantes, in rectam lineam ferrentur, ita tamen, vt alij ab aliis interuallo aliquo distarent: Ex quo fieri dicebat, vt nullum aspectabile simul totum spectaretur, hanc rationem adferens: Sæpenumero enim acu aut alio eiusmodi corpusculo aliquo in terram delapso, cùm plerique illud studiosius quererent, eodem modo sæpius frustra quæsiuerunt, cùm nihil impediret, quò minus corpusculum, quod quærebant, cernerent. Et tamen paulò post, cùm oculos in eum locum conijcerent, in quo erat illud corpusculum, acum viderunt. Ex quo constat, cùm corpusculum ipsum in terram delapsum non cernatur, neque locum ipsum, in quo illud collatum erat, cerni: ideoq; non omnes partes loci sub-

iecti oculo ſpectantis, videri. Si enim omnes loci partes cernerentur, ipſum quoq; corpuſculum, quod diſquiritur, cerneretur. atqui id non cernitur. Quinetiam conuerſus ad eos, qui intentis oculis libros inſpiciunt, aſſeruit ne hos quidem videre poſſe omnes literas vniuſ paginæ, eò quòd ſæpè coacti literas quaſdam rarò & ſparſim ſcriptas oſtendere, id non poſſent, propterea quod oculorum radij non ad ſingulas literas feruntur, nec continui & coniuncti inter ſe ſunt, ſed aliquo interuallo alij ab alijs diſtant: atque ideo pleraſque obiectarum literarum non cernunt. Ex quo patet, fore vt totus paginæ locus non videatur, hoc idem in alijs quæ videntur, vſu venit. Quocirca quæ cernuntur, ſimul tota non cernẽtur: exiſtimantur autem cerni propter niniam celeritatem radiorum nihil omittentium, id eſt, continuè & obiter per rem ſubiectam delatorum: nec ita ſalientium, vt aliquam partem intactam prætereant. Illud verò quod plerique dicunt, imaginem à re viſa ad oculum fluere, qua motus oculus rem viſam comprehendat, ita refellebat: Nam & de

corpu-

corpusculo quod disquirebatur, & de eo qui intentis oculis librum inspiceret, hanc dubitationem adferebat: Si visio fiat affluxu simulacrorum ad oculum, ab omniq; corpore simulacra continenter fluant, quæ nostrum sensum moueant, quî fit vt acum quærens, eam non videat, aut librum inspiciens, omnia elementa non cernat? idne ideo fit, quod mentem maioribus rebus intentam habeant? Atqui nihilò secus rationantur, dum rem quærunt, nec planè inueniunt: Et tamen sæpe dum alios alloquuntur, & mentem alijs rebus occupatam & distractam habent, citius repetunt. At (inquiunt) non omnia simulacra in visum confluunt. Vnde igitur fit (inquam) vt quædam non influant, sed potius excludantur? Enimuerò dicebat Euclides, naturam in animalibus, sentiendi iustrumenta ita fecisse, vt eorum quædam ad recipiendum accommodata essent, quædam non. Auditum quippe, gustatum, & odoratum intus caua fecit, vt inciperent corpora venientia extrinsecus, quæ hos sensus mouerent: Vox enim ad aditum applicans, locum ido-

neum reperire debuit, vt in eo aliquandiu maneret, ne si statim post applicationem inde resiliret, sensum immotum redderet, vocemq; delatam confunderet. Eadem ratione odoratum cauum fecit natura: Nam de gustatu, quid dicere attinet? Concaui ergo & cauernæ instar à natura facti sunt hi sensus, vt eis adhibita corpora diutius immorentur. Quamobrem si in visione, corpora visum mouentia ad visum potius accedant extrinsecus, quàm vt oculus aliquid ex se emittat, deberet ipse oculus cauus esse, vt ad receptionem simulacrorum esset commodior. Id autem aliter se habere constat: Globosum enim esse oculum, perspicuum est. Hæc igitur in præsentia ei sufficere visa sunt, vt cõfirmaret, radios effusos & emissos esse, qui videndi affectum moueant. Porrò vt ostenderet circumferẽtias in eadem superficie cum visu positas, rectas lineas oculo videri, has rationes adferebat: Quia visus in eodem plano positus, in quo est res spectata, talem habet situm, vt neq; sublimior sit quàm res quæ spectatur, neq; depressior (id enim est esse in eodem plano) Si ergo

visus

visus neq; sublimior, neq; humilior sit, quàm circumferentia, quæ in eodem plano describitur: radios igitur proijcit non sublimiores quidem ad has circumferentiæ partes, depressiores verò ad illas: sed radios omnes per planum delatos æqualiter ad omnes circumferentiæ partes emittit, vt eadem causa sit, cur & planum, in quo est oculus, rectæ lineæ speciem habeat, & circumferentia in eodem plano descripta. Planum enim, quod rectæ lineæ instar ad oculum ponitur, id est, quod productũ secat centrum oculi, ipsum quidem cerni non potest, propterea quòd nullus radiorum ab oculo emissorum in illud cadit: eius verò extremum cernitur, quod est recta linea. Id verò ideo dicit: quia ea linea, quæ oculo obiecta manet, reliquis plani partibus officiens, prohibet planum cerni. Eadem verò causa, quæ efficit vt planum, quod in rectam lineam ad oculum positum est, recta linea esse videatur, efficit etiam vt circumferentiarum in eodem plano iacentium, in quo est oculus, partim maiores appareant, cùm plures radij ad eas applicant: partim æquales, cùm æquales: partim mino-

res, cùm illi veluti radiorum anguli, qui ad oculum fiunt, minores sunt.

1. Ponatur ergo, radios ab oculo emissos, in rectam lineam ferri, aliquoq; interuallo inter se distare.
2. Item, figuram à radijs comprehensam, esse conum, qui verticem habeat in oculo, basim verò in extremis rerũ visarum.
3. Item, ea cerni, ad quæ radij perueniunt.
4. Item, ea non cerni, ad quæ radij non perueniunt.
5. Item, quæ sub maiore angulo cernuntur, maiora existimari.
6. Item, quæ sub minore angulo cernuntur, minora putari.
7. Item, quæ sub æquali angulo cernuntur, æqualia existimari.
8. Item, quæ à sublimioribus radijs vidẽtur: sublimiora apparere.
9. Quæ verò à depressioribus, depressiora.
10. Item, quæ à dexterioribus radijs spectantur, dexteriora apparere.
11. Quæ verò à sinisterioribus, sinisteriora.

Item,

12. *Item, quæ sub pluribus angulis spectantur, accuratius videri.*

Hæc igitur à nobis posita sunt, è quibus sequentia theoremata demonstrentur.

PROPOSITIONES.

Prop: 1. Theor:) Nullum aspectabile simul totum cernitur.

Prop: 2. Theor:) Æqualium magnitudinum inter se distantium, quæ propius positæ sunt, accuratius cernuntur.

Prop: 3. Theor:) Aspectabilium quotlibet certam habet interualli longitudinem, qua expleta, iam non cernitur.

Prop: 4. Theor:) Æqualium interuallorum in eadem recta linea collocatorum, quæ è longiore interuallo spectantur, minora apparent.

Prop: 5. Theor:) Æquales magnitudines inæqualiter distantes, inæquales apparent, & perpetuò maior, quæ propius ad oculum posita est.

Prop: 6. Theor:) Parallela interualla e-

minus ſpectata, inæqualis latitudinis apparent.

Prop: 7. Theor:) Magnitudines æquales in eadem recta linea procul à ſe poſitæ, inæquales apparent.

Prop: 8. Theor:) Æquales magnitudines inæqualiter ab oculo diſtantes, nõ ſeruant eandem rationem angulorum, quàm diſtantiarum.

Prop: 9. Theor:) Rectangulæ magnitudines eminus ſpectatæ, rotundæ apparent.

Prop: 10. Theor:) Planorum oculo ſubiectorum, quæ remotiora ſunt: ſublimiora apparent.

Prop: 11. Theor:) Planorum oculo ſublimiorum, quæ remotiora ſunt: depreſſiora apparent.

Prop: 12. Theor:) Eorum quæ in anteriorem partem longitudinem habent: dextra læuorſum: & læua dextrorſum educi videntur.

Prop: 13. Theor:) Æqualium magnitudinum ſub oculo poſitarum, quæ remotiores ab oculo ſunt: ſublimiores apparent.

Prop: 14. Theor:) Æqualium magnitu-

dinum

dinum oculo ſublimiorum, quæ remotiores ſunt: humiliores apparent.

Prop: 15. Theor:) Magnitudinum oculo ſubiectarum, quarum altera alteram excedit, oculo quidem ad eas accedente, excessus quo maior minorem ſuperare videtur, maior apparet: recedente verò minor.

Prop: 16. Theor:) Magnitudinum oculo ſublimiorum, quarum altera alteram excedit, oculo ad eas accedente, excessus quo maior minorem ſuperat: minor videtur: recedente verò multò maior.

Prop: 17. Theor:) Magnitudinum, quarum altera alteram excedit, oculi radio ad inferioris verticem perpendiculariter incedente: maior minorem ſemper excedere videtur æquali exceſſu, ſiue oculus accedat, ſiue recedat.

Prop: 18. Theor:) Datam altitudinem, cognoſcere quanta ſit.

Prop: 19. Theor:) Cognoſcere quanta ſit data altitudo, alio modo, quàm per Solem.

Prop: 20. Theor:) Cognoſcere quanta ſit profunditas quælibet.

Prop: 21. Theor:) Datæ longitudinis quantitatem cognoscere.

Prop: 22. Theor:) In eodem plano, in quo est oculus, descripta circuli circumferentia, videbitur esse recta linea.

Prop: 23. Theor:) Quomodocunque sphæra vnico oculo spectetur, semper minus hemisphærio de ea cernetur: ea autem sphæræ pars, quæ cernitur, circulo comprehendi videtur.

Prop: 24. Theor:) Oculo propius ad sphæram accedente, minus de sphæra cernetur, quàm oculo procul posito: plus tamen cerni existimabitur.

Prop: 25. Theor:) Sphæra eminus spectata, videtur circulus.

Prop: 26, Theor:) Si sphæræ ambobus oculis conspectæ, diameter æqualis fuerit rectæ lineæ, qua oculorum alter ab altero distat: dimidium sphæræ cernitur.

Prop: 27. Theor:) Si oculorum interuallum maius sit sphæræ diametro, sphæræ pars quæ cernitur, maior hemisphærio videbitur.

Prop: 28. Theor:) Si oculorum interuallum minus sit sphæræ diametro, sphæræ pars

quæ

quæ cernitur, minor est hemisphærio.

Prop: 29. Theor:) Quomodocunq; columna vnico oculo cernatur, minus dimidia parte columnæ cernetur.

Prop: 30. Theor:) Pars columnæ quæ cernitur oculo ad columnam accedente, minor est quàm ea quæ cernitur oculo recedente, maior tamen existimatur.

Prop: 31. Theor:) Turbinis circularem basim habentis vno tantum oculo spectari, minus dimidia parte cernitur.

Prop: 32. Theor:) Oculo per idem planum propius ad turbinem accedente, maior turbinis pars cernetur, quàm oculo recedente: minor tamen aspectui apparebit.

Prop: 33. Theor:) Si ad turbinis circularem basin, ducantur ab oculo radij ipsam basin tangentes, & à punctis in quibus radij tangunt basin ducantur rectæ lineæ per turbinis superficiem, vsque ad eius verticem: per eas verò lineas & radios ab oculo ad basin turbinis procedentes, duo plana educantur, in quorum communi sectione oculus collocetur: turbinis pars spectata æqualis perpetuò videbitur.

Prop:

Prop: 34. Theor:) Oculo moto per lineam æquidistantem superficiei turbinis, si in sublime attollatur oculus, turbinis portio quæ cernitur, minor apparet: si verò oculus deprimatur, maior.

Prop: 35. Theor:) In circulo si à centro excitetur linea recta ad angulos rectos plano ipsius circuli, oculusq; in ea linea constituatur: dimetientes circuli æquales apparebunt.

Prop: 36. Theor:) In circulo, si oculus collocetur in summitate lineæ, quæ & semidiametro æqualis est, & ad planum inclinatur: dimetientes æquales apparebunt.

Prop: 37. Theor:) In circulo, si radius ab oculo in centrum tendens, neque rectus sit ad planum circuli, neq; æqualis semidiametro, nec angulos æquales contineat cum semidiametris, sed maior sit vel minor semidiametro: dimetientes inæquales apparebunt.

Ad horum demonstrationem præcognita esse oportet quæ sequuntur.

Si ab oculo in aëre posito cadant duæ rectæ lineæ, altera ad centrum circuli, quæ perpendicu-

existimabitur : quod autem subsequebatur, præcedere videbitur.

Prop: 53. Theor:) In æquali celeritate delatorum eò vorsum quo fertur oculus, ea quidem quæ æquè velociter ferùntur atque oculus, quiescere videntur oculo : quæ verò tardius, in contrariam partem moueri : quæ autem celerius, in præcedentia ferri apparent.

Prop: 54. Theor:) Si magnitudines aliquæ ad eandem partem ferantur, vna verò quiescat: ea quæ quiescit, in contrariam partem moueri videbitur.

Prop: 55. Theor:) Oculo ad rem visam accedente, res visa augeri videtur.

Prop: 56. Theor:) Æquali celeritate delatorum, quæ longius distant, tardius ferri videntur.

Prop: 57. Theor:) Oculo celeriter moto, res spectatæ procul positæ, relinqui videntur.

Prop: 58. Theor:) Magnitudines auctæ, propius ad oculum accedere existimantur.

Prop: 59. Theor:) Quæ neque æqualiter ab oculo absunt, neque extrema extremis, & media mediis parallela habent, neque in recta

linea

Prop: 41. Theor:) Si magnitudo ſublimè poſita recta ſit ad ſubiectũ planum, ponaturq́, oculus in pũcto aliquo plani illius, circa quod tanquam circa circuli centrum ſeſe verſet ſpectata magnitudo: ea ſemper æqualis apparebit.

Prop: 42. Theor:) Si ſpectata magnitudo recta ſit ad ſubiectum planum, oculus autem vectetur in circumferentia circuli, cuius centrum ſit punctum illud, in quo erecta magnitudo tangit planum: ſpectata magnitudo ſemper æqualis apparebit.

Prop: 43. Theor:) Si oculo poſito in centro circuli, magnitudo quæ ad circuli planum recta non ſit, in circuli circumferentia vectetur: ſemper inæqualis apparebit.

Prop: 44. Theor:) Eſt aliquis locus, vbi manente oculo, res ſpectata è loco in locum mutata: æqualis ſemper apparet.

Prop: 45. Theor:) Eſt aliquis locus, vbi aſpectabili manente, oculo verò translato, aſpectabile ſemper æquale apparet.

Prop: 46. Theor:) Eſt aliquis locus, ad quem ſi oculus transferatur, rem aſpectabilem

immo-

immotam, nunc maiorem, nunc minorem existimabit.

Prop: 47. Theor:) Idem accidet si linea, per quam transit oculus, parallela sit spectatæ magnitudini.

Prop: 48. Theor:) Est aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines, inæquales apparent.

Prop: 49. Theor:) Est aliquis locus communis, vnde inæquales magnitudines, æquales apparent.

Prop: 50. Theor:) Sunt quædam loca, è quibus spectata vna magnitudo, ex duabus inæqualibus inter se additis composita, vtrinque inæqualium æqualis apparet.

Prop: 51. Theor:) Inuenire loca, ex quibus eadē magnitudo appareat dimidia, aut quarta parte minor, & omnino in data ratione, secundum quam secatur angulus.

Prop: 52. Theor:) Æquali celeritate delatorum, & in recta linea positorum, prope oculum, vltimum reliqua omnia præcedere videbitur, facto autem transitu in contrarias partes, quod antea præcedebat subsequi existi-

dicularis non sit plano circuli, altera verò quæ perpendicularis sit circuli plano: & à puncto in quod cadit perpendicularis, connectatur recta linea ad centrum circuli: angulus comprehensus sub hac linea, & ea quæ à centro ad oculum ducta est, minor est omnium angulorum contentorum sub linea ab oculo ad centrum ducta, & lineis per centrum ductis.

Prop: 38. Theor:) In circulo, si radius ab oculo in centrum tendens, & inæquales angulos comprehendens, cum diuersis diametris non sit rectus ad planum circuli, sed sit maior semidiametro, dimetientes inæquales apparebunt: & ea maior videbitur, ad quam radius ab oculo ad centrum tendens, est perpendicularis.

Prop: 39. Theor:) Quod si ab oculo ad centrum connexa recta linea, non fuerit maior semidiametro, sed minor, contrarium diameteris eueniet: quæ enim antea maior videbatur, nunc minor apparebit: & quæ minor, maior,

Prop: 40. Theo:) Currum rotæ nunc circulares, nunc oblongæ apparebunt.

Prop:

linea sunt: totam figuram faciũt nunc cauam, nunc conuexam.

Prop: 60. Theor:) Si ab intersectione diametrorum quadrati excitetur linea recta ad planum quadrati, & in ea ponatur oculus: quadrati diametri, & latera æqualia apparebunt.

Prop: 61. Theor:) Quòd si radius ab oculo in diametrorum intersectionem ductus, neque rectus sit ad planum quadrati, neq; æqualis alterutri semidiametrorum quadrati, neq; æquales angulos contineat cum ipsis semidiametris, inæquales apparebunt diametri.

Finis Opticorum Euclidis.

Euclidis Catoptrica.

1. *Ponamus radium esse rectam lineam, cuius media omnia extremis officiant.*
2. *Item, omne aspectabile secundum rectam lineam cerni.*
3. *Item, si speculum collocetur in plano, cui ad rectos angulos altitudo aliqua erei-*

Eta sit, quam rationem habet linea interiecta inter spectatorem & speculum, ad lineam interiectam inter speculum & erectam altitudinem: eandem rationem habere spectatoris altitudinem, ad altitudinem Consistentem ad rectos angulos ei plano, in quo est speculum.

4. *Item, in planis speculis, oculo posito in eo speculi loco, in quem cadit perpendicularis ducta à re aspectabili ad speculū, rem aspectabilem non cerni.*

5. *Item, in conuexis speculis oculo occupante locum, per quem à re aspectabili ad centrum sphæræ linea recta ducetur, rem aspectabilem non cerni.*

6. *Idemq; in concauis speculis fieri.*

7. *Item, si res aliqua in vas inijciatur, & ab oculo remoueatur vas ipsum, quoad res in fundo vasis posita cerni non possit, eam visum iri ab eadem remotione, si aqua in vas infundatur.*

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) A speculis planis conue-

xis

xis & cauis, radij ad æquales angulos reflectuntur.

Prop: 2. Theor:) Si radius in qualecunq; ſpeculum cadens, æquales faciat angulos, ipſe in ſe ipſum reflectetur.

Prop: 3. Theor:) Radius in qualecunque ſpeculum cadens, angulosq; inæquales faciens, neque in ſeipſum reflectetur, neque verſus minorem angulum.

Prop: 4. Theor:) Radij planis conuexisq; ſpeculis reflexi, neq; mutuò concurrent, neque erunt paralleli.

Prop: 5. Theor:) In concauis ſpeculis ſi oculum colloces, aut in centro, aut in circumferentia, aut extra circumferentiam, id eſt, inter centrum & circumferentiam, radij reflexi concurrent.

Prop: 6. Theor:) In cauis ſpeculis, ſi inter centrum & circunferentiam colloces oculum: radij reflexi interdum non concurrent.

Prop: 7. Theor:) Altitudines & profunditates in planis ſpeculis euerſæ apparent.

Prop: 8. Theor:) Altitudines & profunditates, in conuexis ſpeculis euerſæ apparent;

Prop: 9. Theor:) Obliquæ longitudines in planis ſpeculis, vt re ipſa ſe habent, ita apparent.

Prop: 10. Theor:) Obliquæ longitudines in conuexis ſpeculis: in eodem ſitu apparent, in quo reuera ſunt.

Prop: 11. Theor:) In cauis ſpeculis ſublimitates & profunditates quæ ſunt intra concurſum radiorum, euerſæ apparent, vt in planis ſpeculis: quæ autem ſunt extra concurſum, apparent vt re ipſa ſe habent.

Prop: 12. Theor:) In cauis ſpeculis obliquæ longitudines intra concurſum radiorum poſitæ, apparent vt ſunt: quæ autem extra concurſum ſunt: euerſæ apparent.

Prop: 13. Theor:) Res eanem cerni poteſt per plura ſpecula plana.

Prop: 14. Theor:) Fieri poteſt vt eadem res ſpectetur per quotlibet plana ſpecula: Oportet autem deſcribere polygonum æquilaterũ & æquiangulum, quod duobus lateribus excedat numerum ſpeculorum.

Prop: 15. Theor:) Fieri etiam poteſt, vt eadem res ſpectetur per quotlibet ſpecula conuexa & concaua.

Prop:

Prop: 16. Theor:) Aſpectabile quodlibet in planis ſpeculis cernitur: in perpendiculari ducta ab aſpectabili in ſpeculum.

Prop: 17. Theor:) In conuexis ſpeculis quodlibet aſpectabilium cernitur in linea recta ducta ab aſpectabili ad centrum eius ſphæræ, cuius portio eſt ipſum conuexum ſpeculū.

Prop: 18. Theor:) In cauis ſpeculis aſpectabilium quodlibet cernitur in recta linea ducta ab aſpectabili ad centrum ſphæræ, cuius portio eſt ipſum ſpeculum.

Prop: 19. Theor:) In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: itemq; ſimulacrum æquale apparet aſpectabili: ſimulacrum etiam & aſpectabile æqualiter diſtant à ſpeculo.

Prop: 20. Theor:) In conuexis ſpeculis ſiniſtra apparent dextra, & dextra ſiniſtra. & imago propius abeſt à ſpeculo, quàm aſpectabile.

Prop: 21. Theor:) In conuexis ſpeculis imagines ſunt minores aſpectabilibus.

Prop: 22. Theor:) In conuexis ſpeculis minoribus, minores imagines apparent.

Prop: 23. Theo:) In cõuexis ſpeculis, aſpectabiliũ imagines: plerunq; apparẽt conuexæ.

Prop: 24. Theor:) Si oculus ponatur in centro ſpeculi cõcaui, ſeipſum cernet tantùm.

Prop: 25. Theor:) In cauis ſpeculis ſi oculum colloces in circumferentia, aut extra circumferentiam, ipſe oculus non apparebit.

Prop: 26. Theor:) In ſpeculis concauis ſi à centro ad circumferentiam excites rectam lineam, quæ angulos rectos faciat cum eiusdem ſphærici ſpeculi producta diametro, & oculum ſtatuas ad alterutram partem: oculus nil cernet eorum, quæ ſunt in ea parte, in qua ipſe eſt: nihil (inquam) eorum cernet, quæ ſunt vel intra diametrum, vel extra diametrum, vel in ipſa diametro.

Prop: 27. Theor:) In concauis ſpeculis ſi oculi ita conſtituantur in dimetiente, vt vterq; à centro æqualiter diſtet, neuter oculorum cernetur.

Prop: 28. Theor:) Si caui ſpeculi ſemidiametrum bifariam ſeces, & à puncto ſectionis lineam ad angulos rectos vtrinque ducas, oculos autẽ ita colloces, vt æqualiter diſtet ab

cita-

excitata ſemidiametro: neuter oculorum cernetur, ſiue hi ſint inter diametrum & lineam ad angulos rectos ductam, ſiue in ipſa, quæ angulos rectos facit cum ſemidiametro.

Prop: 29. Theor:) Sin autẽ oculi extra diametrũ ponãtur, dextra apparebunt dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & ſimulacrum apparebit minus facie ipſa, inter faciem & ſpeculum.

Prop: 30. Theor:) Speculum eiuſmodi conſtrui poteſt, vt in eo plures facies appareant, quædã maiores, quædam minores, quædã propiores, quædã remotiores, & earũ dextræ partes à dextris, et ſiniſtræ à ſiniſtris apparẽt.

Prop: 31. Theor:) A concauis ſpeculis Soli oppoſitis, ignis accenditur.

Finis Catoptricorum.

Euclidis Muſica.

HArmonice eſt ſcientia contemplandi & exercendi concentũ. Eſt autẽ concentus id, quod certũ habet ordinẽ ex ſonis & interuallis cõpoſitũ. Harmonices verò partes ſunt ſeptem: De ſonis, de interuallis, de Generib. de conſtitutionibus, de Tonis, de mutatione, & de Μελοποιΐα.

minus ſpectata, inæqualis latitudinis apparent.

Prop: 7. Theor:) Magnitudines æquales in eadem recta linea procul à ſe poſitæ, inæquales apparent.

Prop: 8. Theor:) Æquales magnitudines inæqualiter ab oculo diſtantes, nõ ſeruant eandem rationem angulorum, quàm diſtantiarum.

Prop: 9. Theor:) Rectangulæ magnitudines eminus ſpectatæ, rotundæ apparent.

Prop :10. Theor:) Planorum oculo ſubiectorum, quæ remotiora ſunt: ſublimiora apparent.

Prop: 11. Theor:) Planorum oculo ſublimiorum, quæ remotiora ſunt: depreßiora apparent.

Prop: 12. Theor:) Eorum quæ in anteriorem partem longitudinem habent: dextra læuorſum: & læua dextrorſum educi videntur.

Prop: 13. Theor:) Æqualium magnitudinum ſub oculo poſitarum, quæ remotiores ab oculo ſunt: ſublimiores apparent.

Prop: 14. Theor:) Æqualium magnitu-

dinum

dinum oculo ſublimiorum, quæ remotiores ſunt: humiliores apparent.

Prop: 15. *Theor:*) *Magnitudinum oculo ſubiectarum, quarum altera alteram excedit, oculo quidem ad eas accedente, exceſſus quo maior minorem ſuperare videtur, maior apparet: recedente verò minor.*

Prop: 16. *Theor:*) *Magnitudinum oculo ſublimiorum, quarum altera alteram excedit, oculo ad eas accedente, exceſſus quo maior minorem ſuperat: minor videtur: recedente verò multò maior.*

Prop: 17. *Theor:*) *Magnitudinum, quarum altera alteram excedit, oculi radio ad inferioris verticem perpendiculariter incedente: maior minorem ſemper excedere videtur æquali exceſſu, ſiue oculus accedat, ſiue recedat.*

Prop: 18. *Theor:*) *Datam altitudinem, cognoſcere quanta ſit.*

Prop: 19. *Theor:*) *Cognoſcere quanta ſit data altitudo, alio modo, quàm per Solem.*

Prop: 20. *Theor:*) *Cognoſcere quanta ſit profunditas quælibet.*

Prop: 21. Theor:) Datæ longitudinis quantitatem cognoscere.

Prop: 22. Theor:) In eodem plano, in quo est oculus, descripta circuli circumferentia, videbitur esse recta linea.

Prop: 23. Theor:) Quomodocunque sphæra vnico oculo spectetur, semper minus hemisphærio de ea cernetur: ea autem sphæræ pars, quæ cernitur, circulo comprehendi videtur.

Prop: 24. Theor:) Oculo propius ad sphæram accedente, minus de sphæra cernetur, quàm oculo procul posito: plus tamen cerni existimabitur.

Prop: 25. Theor:) Sphæra eminus spectata, videtur circulus.

Prop: 26, Theor:) Si sphæræ ambobus oculis conspectæ, diameter æqualis fuerit rectæ lineæ, qua oculorum alter ab altero distat: dimidium sphæræ cernitur.

Prop: 27. Theor:) Si oculorum interuallum maius sit sphæræ diametro, sphæræ pars quæ cernitur, maior hemisphærio videbitur.

Prop: 28. Theor:) Si oculorum interuallum minus sit sphæræ diametro, sphæræ pars

quæ

quæ cernitur, minor est hemisphærio.

Prop: 29. Theor:) Quomodocunq; columna vnico oculo cernatur, minus dimidia parte columnæ cernetur.

Prop: 30. Theor:) Pars columnæ quæ cernitur oculo ad columnam accedente, minor est quàm ea quæ cernitur oculo recedente, maior tamen existimatur.

Prop: 31. Theor:) Turbinis circularem basim habentis vno tantum oculo spectari, minus dimidia parte cernitur.

Prop: 32. Theor:) Oculo per idem planum propius ad turbinem accedente, maior turbinis pars cernetur, quàm oculo recedente: minor tamen aspectui apparebit.

Prop: 33. Theor:) Si ad turbinis circularem basin, ducantur ab oculo radij ipsam basin tangentes, & à punctis in quibus radij tangunt basin ducantur rectæ lineæ per turbinis superficiem, vsque ad eius verticem: per eas verò lineas & radios ab oculo ad basin turbinis procedentes, duo plana educantur, in quorum communi sectione oculus collocetur: turbinis pars spectata æqualis perpetuò videbitur.

Prop:

Prop: 34. Theor:) Oculo moto per lineam æquidistantem superficiei turbinis, si in sublime attollatur oculus, turbinis portio quæ cernitur, minor apparet: si verò oculus deprimatur, maior.

Prop: 35. Theor:) In circulo si à centro excitetur linea recta ad angulos rectos plano ipsius circuli, oculusq; in ea linea constituatur: dimetientes circuli æquales apparebunt.

Prop: 36. Theor:) In circulo, si oculus collocetur in summitate lineæ, quæ & semidiametro æqualis est, & ad planum inclinatur: dimetientes æquales apparebunt.

Prop: 37. Theor:) In circulo, si radius ab oculo in centrum tendens, neque rectus sit ad planum circuli, neq; æqualis semidiametro, nec angulos æquales contineat cum semidiametris, sed maior sit vel minor semidiametro: dimetientes inæquales apparebunt.

Ad horum demonstrationem præcognita esse oportet quæ sequuntur.

Si ab oculo in aëre posito cadant duæ rectæ lineæ, altera ad centrum circuli, quæ perpendicu-

existimabitur : quod autem subsequebatur, præcedere videbitur.

Prop: 53. Theor:) In æquali celeritate delatorum eò versum quo fertur oculus, ea quidem quæ æquè velociter feruntur atque oculus, quiescere videntur oculo : quæ verò tardius, in contrariam partem moueri : quæ autem celerius, in præcedentia ferri apparent.

Prop: 54. Theor:) Si magnitudines aliquæ ad eandem partem ferantur, vna verò quiescat: ea quæ quiescit, in contrariam partem moueri videbitur.

Prop: 55. Theor:) Oculo ad rem visam accedente, res visa augeri videtur.

Prop: 56. Theor:) Æquali celeritate delatorum, quæ longius distant, tardius ferri videntur.

Prop: 57. Theor:) Oculo celeriter moto, res spectatæ procul positæ, relinqui videntur.

Prop: 58. Theor:) Magnitudines auctæ, propius ad oculum accedere existimantur.

Prop: 59. Theor:) Quæ neque æqualiter ab oculo absunt, neque extrema extremis, & media medijs parallela habent, neque in recta

linea

Prop: 41. Theor:) Si magnitudo sublimè posita recta sit ad subiectũ planum, ponaturq́, oculus in pũcto aliquo plani illius, circa quod tanquam circa circuli centrum sese vertet spectata magnitudo: ea semper æqualis apparebit.

Prop: 42. Theor:) Si spectata magnitudo recta sit ad subiectum planum, oculus autem vectetur in circumferentia circuli, cuius centrum sit punctum illud, in quo erecta magnitudo tangit planum: spectata magnitudo semper æqualis apparebit.

Prop: 43. Theor:) Si oculo posito in centro circuli, magnitudo quæ ad circuli planum recta non sit, in circuli circumferentia vectetur: semper inæqualis apparebit.

Prop: 44. Theor:) Est aliquis locus, vbi manente oculo, res spectata è loco in locum mutata: æqualis semper apparet.

Prop: 45. Theor:) Est aliquis locus, vbi aspectabili manente, oculo verò translato, aspectabile semper æquale apparet.

Prop: 46. Theor:) Est aliquis locus, ad quem si oculus transferatur, rem aspectabilem

immo-

immotam, nunc maiorem, nunc minorem existimabit.

Prop: 47. Theor:) Idem accidet si linea, per quam transit oculus, parallela sit spectatæ magnitudini.

Prop: 48. Theor:) Est aliquis locus communis, vnde æquales magnitudines, inæquales apparent.

Prop: 49. Theor:) Est aliquis locus communis, vnde inæquales magnitudines, æquales apparent.

Prop: 50. Theor:) Sunt quædam loca, è quibus spectata vna magnitudo, ex duabus inæqualibus inter se additis composita, vtrinque inæqualium æqualis apparet.

Prop: 51. Theor:) Inuenire loca, ex quibus eadē magnitudo appareat dimidia, aut quarta parte minor, & omnino in data ratione, secundum quam secatur angulus.

Prop: 52. Theor:) Æquali celeritate delatorum, & in recta linea positorum, prope oculum, vltimum reliqua omnia præcedere videbitur, facto autem transitu in contrarias partes, quod antea præcedebat subsequi existi-

dicularis non sit plano circuli, altera verò quæ perpendicularis sit circuli plano: & à puncto in quod cadit perpendicularis, connectatur recta linea ad centrum circuli: angulus comprehensus sub hac linea, & ea quæ à centro ad oculum ducta est, minor est omnium angulorum contentorum sub linea ab oculo ad centrum ducta, & lineis per centrum ductis.

Prop: 38. Theor:) In circulo, si radius ab oculo in centrum tendens, & inæquales angulos comprehendens, cum diuersis diametris non sit rectus ad planum circuli, sed sit maior semidiametro, dimetientes inæquales apparebunt: & ea maior videbitur, ad quam radius ab oculo ad centrum tendens, est perpendicularis.

Prop: 39. Theor:) Quod si ab oculo ad centrum connexa recta linea, non fuerit maior semidiametro, sed minor, contrarium diametris eueniet: quæ enim antea maior videbatur, nunc minor apparebit: & quæ minor, maior,

Prop: 40. Theo:) Currum rotæ nunc circulares, nunc oblongæ apparebunt.

Prop:

linea sunt: totam figuram faciũt nunc cauam, nunc conuexam.

Prop: 60. Theor:) Si ab intersectione diametrorum quadrati excitetur linea recta ad planum quadrati, & in ea ponatur oculus: quadrati diametri, & latera æqualia apparebunt.

Prop: 61. Theor:) Quòd si radius ab oculo in diametrorum intersectionem ductus, neque rectus sit ad planum quadrati, neq; æqualis alterutri semidiametrorum quadrati, neq; æquales angulos contineat cum ipsis semidiametris, inæquales apparebunt diametri.

Finis Opticorum Euclidis.

Euclidis Catoptrica.

1. *Ponamus radium esse rectam lineam, cuius media omnia extremis officiant.*
2. *Item, omne aspectabile secundum rectam lineam cerni.*
3. *Item, si speculum collocetur in plano, cui ad rectos angulos altitudo aliqua ere-*

cta sit, quam rationem habet linea interiecta inter spectatorem & speculum, ad lineam interiectam inter speculum & erectam altitudinem: eandem rationem habere spectatoris altitudinem, ad altitudinem Consistentem ad rectos angulos ei plano, in quo est speculum.

4. *Item, in planis speculis, oculo posito in eo speculi loco, in quem cadit perpendicularis ducta à re aspectabili ad speculũ, rem aspectabilem non cerni.*

5. *Item, in conuexis speculis oculo occupante locum, per quem à re aspectabili ad centrum sphæræ linea recta ducetur, rem aspectabilem non cerni.*

6. *Idemq; in concauis speculis fieri.*

7. *Item, si res aliqua in vas inijciatur, & ab oculo remoueatur vas ipsum, quoad res in fundo vasis posita cerni non possit, eam visum iri ab eadem remotione, si aqua in vas infundatur.*

Propositiones.

Prop: 1. Theor:) A speculis planis conue-

xis

xis & cauis, radij ad æquales angulos reflectuntur.

Prop: 2. Theor:) Si radius in qualecunq; ſpeculum cadens, æquales faciat angulos, ipſe in ſe ipſum reflectetur.

Prop: 3. Theor:) Radius in qualecunque ſpeculum cadens, angulosq; inæquales faciens, neque in ſeipſum reflectetur, neque verſus minorem angulum.

Prop: 4. Theor:) Radij planis conuexisq; ſpeculis reflexi, neq; mutuò concurrent, neque erunt paralleli.

Prop: 5. Theor:) In concauis ſpeculis ſi oculum colloces, aut in centro, aut in circumferentia, aut extra circumferentiam, id eſt, inter centrum & circumferentiam, radij reflexi concurrent.

Prop: 6. Theor:) In cauis ſpeculis, ſi inter centrum & circunferentiam colloces oculum: radij reflexi interdum non concurrent.

Prop: 7. Theor:) Altitudines & profunditates in planis ſpeculis euerſæ apparent.

Prop: 8. Theor:) Altitudines & profunditates, in conuexis ſpeculis euerſæ apparent;

Prop: 9. Theor:) Obliquæ longitudines in planis ſpeculis, vt re ipſa ſe habent, ita apparent.

Prop: 10. Theor:) Obliquæ longitudines in conuexis ſpeculis: in eodem ſitu apparent, in quo reuera ſunt.

Prop: 11. Theor:) In cauis ſpeculis ſublimitates & profunditates quæ ſunt intra concurſum radiorum, euerſæ apparent, vt in planis ſpeculis: quæ autem ſunt extra concurſum, apparent vt re ipſa ſe habent.

Prop: 12. Theor:) In cauis ſpeculis obliquæ longitudines intra concurſum radiorum poſitæ, apparent vt ſunt: quæ autem extra concurſum ſunt: euerſæ apparent.

Prop: 13. Theor:) Res eanem cerni poteſt per plura ſpecula plana.

Prop: 14. Theor:) Fieri poteſt vt eadem res ſpectetur per quotlibet plana ſpecula: Oportet autem deſcribere polygonum æquilaterũ & æquiangulum, quod duobus lateribus excedat numerum ſpeculorum.

Prop: 15. Theor:) Fieri etiam poteſt, vt eadem res ſpectetur per quotlibet ſpecula conuexa & concaua.

Prop:

Prop: 16. Theor:) Aſpectabile quodlibet in planis ſpeculis cernitur: in perpendiculari ducta ab aſpectabili in ſpeculum.

Prop: 17. Theor:) In conuexis ſpeculis quodlibet aſpectabilium cernitur in linea recta ducta ab aſpectabili ad centrum eius ſphæræ, cuius portio eſt ipſum conuexum ſpeculũ.

Prop: 18. Theor:) In cauis ſpeculis aſpectabilium quodlibet cernitur in recta linea ducta ab aſpectabili ad centrum ſphæræ, cuius portio eſt ipſum ſpeculum.

Prop: 19. Theor:) In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: itemq; ſimulacrum æquale apparet aſpectabili: ſimulacrum etiam & aſpectabile æqualiter diſtant à ſpeculo.

Prop: 20. Theor:) In conuexis ſpeculis ſiniſtra apparent dextra, & dextra ſiniſtra. & imago propius abeſt à ſpeculo, quàm aſpectabile.

Prop: 21. Theor:) In conuexis ſpeculis imagines ſunt minores aſpectabilibus.

Prop: 22. Theor:) In conuexis ſpeculis minoribus, minores imagines apparent.

Prop: 23. Theo:) In cõuexis ſpeculis, aſpectabiliũ imagines: plerunq; apparẽt conuexæ.

Prop: 24. Theor:) Si oculus ponatur in centro ſpeculi cõcaui, ſeipſum cernet tantùm.

Prop: 25. Theor:) In cauis ſpeculis ſi oculum colloces in circumferentia, aut extra circumferentiam, ipſe oculus non apparebit.

Prop: 26. Theor:) In ſpeculis concauis ſi à centro ad circumferentiam excites rectam lineam, quæ angulos rectos faciat cum eiusdem ſphærici ſpeculi producta diametro, & oculum ſtatuas ad alterutram partem: oculus nil cernet eorum, quæ ſunt in ea parte, in qua ipſe eſt: nihil (inquam) eorum cernet, quæ ſunt vel intra diametrum, vel extra diametrum, vel in ipſa diametro.

Prop: 27. Theor:) In concauis ſpeculis ſi oculi ita conſtituantur in dimetiente, vt vterq; à centro æqualiter diſtet, neuter oculorum cernetur.

Prop: 28. Theor:) Si caui ſpeculi ſemidiametrum bifariam ſeces, & à puncto ſectionis lineam ad angulos rectos vtrinque ducas, oculos autẽ ita colloces, vt æqualiter diſtet ab

cita-

excitata ſemidiametro: neuter oculorum cernetur, ſiue hi ſint inter diametrum & lineam ad angulos rectos ductam, ſiue in ipſa, quæ angulos rectos facit cum ſemidiametro.

Prop: 29. Theor:) Sin autẽ oculi extra diametrũ ponãtur, dextra apparebunt dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & ſimulacrum apparebit minus facie ipſa, inter faciem & ſpeculum.

Prop: 30. Theor:) Speculum eiuſmodi conſtrui poteſt, vt in eo plures facies appareant, quædã maiores, quædam minores, quædã propiores, quædã remotiores, & earũ dextræ partes à dextris, et ſiniſtræ à ſiniſtris apparẽt.

Prop: 31. Theor:) A concauis ſpeculis Soli oppoſitis, ignis accenditur.

Finis Catoptricorum.

Euclidis Muſica.

HArmonice eſt ſcientia contemplandi & exercendi concentũ. Eſt autẽ concentus id, quod certũ habet ordinẽ ex ſonis & interuallis cõpoſitũ. Harmonices verò partes ſunt ſeptem: De ſonis, de interuallis, de Generib. de conſtitutionibus, de Tonis, de mutatione, & de Μελοποιΐα.

Sonus est concinnus vocis casus ad vnam extensionem.

Interuallum autem est, quod continetur duobus sonis, acumine & grauitate differentibus.

Genus est, certa quatuor sonorum diuisio.

Constitutio est, quod constat ex interuallis pluribus vno.

Tonus, est quidam vocis locus, systematis capax, latitudine carens.

Mutatio est similis alicuius in dissimilem locum transpositio.

Melopœia, est vsus harmonicæ tractationi subiectorum, ad decorum propositi argumẽti.

Porrò hæc omnia cernuntur in qualitate vocis, cuius duo sunt motus, alter quidem continuus & sermocinalis nuncupatus, alter verò interuallis distinctus, et ad bene canendum accommodatus. Motus vocis continuus intensiones & remissiones occultas facit, nec vsquã immoratnr, quadusque taceat. Vocis autem motus interuallis distinctus, contrario modo mouetur quàm continuus. Moras enim facit, & intermissiones inter illas moras, alternatimq́

timq; moræ intermißionibus interijciuntur. Moras ergò appellamus intenſiones. Intermißiones verò, migrationes à tenſionibus ad tenſiones. Interualla autem, quæ faciunt differentias tetſionum, conſtant intenſione & remißione, quarum effectus eſt acumen & grauitas. Quod enim intenſione fit, ad acumen vergit. Quod autem remißione, ad grauitatem. Quocirca intenſionis quidem affectus, eſt acuties: remißionis verò, grauitas: quarum vtriq; communis eſt tenſio. Itaque tenſiones ſimul & phthongi appellantur. Tenſiones quidem ab inſtrumentis ad eas comparatis à tendendo. Phthongi verò, eò quòd voce etiam eduntur. Sunt autem phthongi tenſione quidē innumeri, poteſtate verò octodecim in quolibet genere. Genera tria ſunt, Diatonum, Chroma, & harmonia. Et diatonum quidem canitur per tonum, tonum & ſemitonum, ſi quidem ab acuto in graue tendas. Contra verò ſi à graui in acutum pergas, per ſemitonium, tonum, & tonum. Item Chroma cùm ab acuto in graue nititur, canitur per ſeſquitonum ſemitonium, & ſemitonium. Cùm autem à graui

in acutum, contrario modo, per ſemitoniũ, ſemitonium, & ſeſquitonium. Harmonia deniq; ſi ab acuto tendat ad graue, cantatur per ditonum, dieſin, & dieſin: ſin à graui in acutum, contrario modo per dieſin, dieſin & ditonum. Sunt autem hi phthongi in diatonico genere.

Proslambanomenos.
Hypate hypaton.
Parhypate hypaton.
Lichanos hypaton diatonos.
Hypate meſon.
Parhypate meſon.
Lichanos meſon diatonos.
Meſe.
Trite Synemmenon.
Paranete Synemmenon diatonos.
Nete Synemmenon.
Parameſe.
Trite diezeugmenon.
Paranete diezeugmenon diatonos.
Nete diezeugmenon.
Trite hyperbolæon.
Paranete hyperbolæon diatonos.
Nete hyperbolæon.

In Chromate autem, hi.
Proſlambanomenos.
Hypate hypatôn.
Parhypate hypatôn.
Lichanos hypatôn chromatice.
Hypate meſon.
Parhypate meſon.
Lichanos meſon chromatice.
Meſe.
Trite Synemmenon.
Paranete Synemmenon chromatice.
Nete Synemmenon.
Parameſe.
Trite diezeugmenon.
Paranete diezeugmenon chromatice.
Nete diezeugmenon.
Tritæ hyperbolæon.
Paranete hyperbolæon chromatice.
Nete hyperbolæon.
In Harmonia autem hi.
Proſlambanomenos.
Hypate hypatôn.
Parhypate hypatôn.
Lichanos hypatôn enarmonios.

Hypa-

Hypate meſon.
Parhypate meſon.
Lichanos meſon enarmonios.
Meſe.
Trite Synemmenon.
Paranetete Synemmenon enarmonios.
Nete Synemmenon.
Parameſe.
Trite diezeugmenon.
Paranete diezeugmenon enarmonios.
Nete diezeugmenon.
Trite hyperbolæon.
Paranetæ hyperbolæon enarmonios.
Nete hyperbolæon.

In miſtione autẽ horum triũ generum, hi ſunt.

Proslambanomenos.
Hypate hypatôn.
Parhypate hypatôn.
Lichanos hypatôn diatonos.
Lichanos hypotôn chromatice.
Lichanos hypatôn enarmonios.
Hypate meſon.
Parhypate meſon.
Lichanos meſon diatonos.

Licha-

Lichanos meſon chromatice.
Lichanos meſon enarmonios.
Meſe.
Trite Synemmenon.
Parannete Synemmenon diatonos.
Paranete Synemmenon chromatice.
Paranete Synemmenon enarmonios.
Nete Synemmenon.
Parameſe.
Trite diezeugmenon.
Paranete diezeugmenon diatonos.
Paranete diezeugmenon chromatice.
Paranete diezeugmenon enarmonios.
Nete diezeugmenon.
Trite hyperbolæon.
Paranete hyperbolæon diatonos.
Paranete hyperbolæon chromatice.
Paranete hyperbolæon enarmonios.
Nete hyperbolæon.

Atque horum ſonorum iam enumeratorum alij ſunt ſtabiles, alij mobiles. Stabiles ſunt, qui in generum differenrijs non mutantur, ſed manent in eodem tenore. Mobiles autem quibus contrarium accidit: mutatur enim in dif-

in differentijs generum, nec manent in eodem tenore. Stabiles ergo sunt hi octo.

Proslambanomenos.
Hypate hypatôn.
Hypate meson.
Mese.
Nete Synemmenon.
Parамese.
Nete diezeugmenon.
Nete hyperbolæon.

Mobiles verò sunt reliqui omnes inter hos interiecti. Cæterùm stabilium sonorum alij sunt βαρύπυκνοι, *id est, grauissime densi: alij* ἄπυκνοι, *id est, minime densi, qui perfectas Constitutiones comprehendunt.* Βαρύπυκνοι *sunt quinque, hi.*

Hypate hypatôn.
Hypate meson.
Mese.
Parамese.
Nete diezeugmenon.

Ἄπυκνοι *autem sunt, qui continent perfectas Constitutiones, suntq; numero tres reliqui.*

Proslambanomenos.
Nete Synemmenon. *Nete*

Nete hyperbolæon.

Mobilium autem, alij μεσόπυκνοι, alij ὀξύπυκνοι, qui & diatoni vocantur. Et μεσόπυκνοι quidem sunt hi quinq;.

Parypate hypatôn.

Parhypate meson.

Trite Synemmenon.

Trite diezeugmenon.

Trite hyperbolæon.

Eodem modo ὀξύπυκνοι generatim quinque sunt, in harmonia quidem harmonici, & in chromatico chromate chromatici: Genus enim diatonicum non est spissi particeps. Sunt igitur in genere quidem harmonico, hi.

Lichanos hypatôn enarmonios.

Lichanos meson enarmonios.

Paranete Synemmenon enarmonios.

Paranete diezeugmenon enarmonios.

Paranete hyperbolæon enarmonios.

In chromate autem, hi.

Lichanos hypatôn chromatice.

Paranete hyperbolæon chromatice.

Interuallorũ autem differentiæ sunt quinque. Nam & magnitudine inter se differunt, & genere, & vt consona à dissonis, & vt sim-

plicia à compoſitis, & vt explicabilia ab inexplicabilibus. Et magnitudinis quidem differentia eſt, ſecundum quam interuallorum quædam ſunt maiora, quædam minora, vt ditonus, ſeſquitonus, tonus, ſemitonium, dieſis, diateſſaron, diapente, diapaſon & ſimilia. Generis verò, quia interuallorum alia diatonica ſunt, alia chromatica, alia enarmonica. Differentia conſoni à diſſono eſt, qua interuallorum quædam ſunt cõſona, quædam diſſona. Conſona ſunt diateſſaron, diapente, & diapaſon & ſimilia. Diſſona autem ſunt ea, quæ ſunt minora quàm diateſſaron, vt dieſis, ſemitonium, tonus, ſeſquitonus, ditonus. Inter hæc autem & conſona, medium habent locum Tritonus, Tetratonus, Pentatonus & ſimilia. Eſt autem conſonantia, duorum ſonorum acuti & grauis, grata temperatio. Contra, diſſonantia eſt duorum ſonorum mutuam temperationem auerſantium, & auditum exacerbantium, diſſidium. Differentia compoſiti à ſimplici eſt, qua interuallorum alia ſunt ſimplicia, alia compoſita. Simplicia interualla ſunt, quæ à diphthongis, inter quos nullus interme-

intermedius est, continentur, vt ab hypate, lichano, hypate meson. Eadem ratio est in reliquis interuallis. Composita autem sunt, quæ continentur à diphthongis, inter quos alij intermedij sunt, vt à mese & parhypate, à mese & nete, à parmese & hypate. Porrò quædam interualla sunt communia, simplici & composito, hemitonium nempe & ditonus, & omnia comprehensa inter hæc duo. Quippe hemitonium, est & compositum ex enarmonio genere. In chromatico verò & diatonico, simplex. Item Tonus in chromate quidem compositus est: in diatonico autem, simplex. Sic trihemitonium in chromate simplex est, compositum autem in diatonico. Denique ditonum interuallum in harmonia quidem simplex est; in chromate autem & diatono compositum, reliquaq; interualla semitonio minora, simplicia sunt omnia. Quemadmodum ea omnia quæ ditonum excedunt, composita. Iam differẽtia qua explicabilia differunt ab explicabilibus, est, qua interuallorum alia sunt explicabilia, alia inexplicabilia. Explicabilia sunt, quorũ magnitudines assignari possunt, vt tonus, Se-

mitoniũ, Ditonus, Tritonus et his similia. Inexplicabilia verò, q̃ explicabilibus maiora minoráue sunt, magnitudine aliqua inexplicabili. Genera tria sunt, ea nẽpe qnæ iam antea declarauimus. Quocirca omne melos erit aut diatonicum, aut chromaticum, aut enarmonicum, aut cõmune, aut ex his mistũ. Diatonicum ergo est, quod diatonica diuisione vtitur. Chromaticum verò quod chromatica. Enarmonium autem, quod enarmonica. Commune autem, quod ex statis phthongis componitur. Mistum denig, in quo duorum vel trium generum vestigia apparent, diatoni nempe & chromatis, vel diatoni et harmoniæ, vel diatoni, chromatis & harmoniæ. Fiunt autem generũ differẽtiæ in phthongis illis, qnos mobiles esse diximus. Lichanos enim loco mouetur per toni interuallum: Parhypate verò, per diesin. Ergo Lichanos acutissima est, quæ tanto distat ab acutiore duorum phthongorũ tetrachordum comprehendentium. Grauissima verò quæ distat ditono. Similiter Parhypate meson grauissima quidẽ est. quæ distat diesi à gnaiore duorũ phthongorũ tetrachordum conti-

nen-

nentium. Acutissima verò, quæ distat semitonio. Color autem est specialis diuisio generis. Colores explicabiles quidem & cogniti, sunt sex: vnus harmoniæ, tres chromatis, & diatoni generis, duo. Harmoniæ igitur color, eadē qua genus ipsum, diuisionē vtitur. Canitur enim per diesin (quæ est quarta pars toni) & diesin alteram eidē æqualē, & per ditonum minimè compositū. Colorū verò qui sunt in chromatica diuisione, alius vocatur chroma molle, alius Chroma sesquialterum, alius Chroma toniæum. Et molle quidem chroma canitur per diesin (quæ est tertia toni pars) & diesin æqualem eidem diesi, & per interuallum simplex æquale tono, toniq; semissi & tertiæ parti. Sesquialterum autem chroma, per diesin & diesin, quarū vtraq; sigillatim sesquialtera sit dieseos enarmoniæ, & per interuallū simplex constans è septem diesibus, quarum quælibet sit toni quadrans. Toniæum chroma eodem colore vtitur, quo genus ipsum chromaticum. Canitur enim per semitonium, semitonium, & trihemitonium. Porrò colores hi iam explicati in chromatico genere, nomen habent

à denſis phthongis, qui in ipſis ſunt. Toniæum enim chroma vocatur à tono, qui in eo eſt per compoſitionẽ. Seſquialterum item chroma, à dieſibus in eo poſitis, quæ ſeſquialteræ ſunt dieſium enarmonicarum. Eadem ratio eſt in molli chromate. Molle enim vocatur, quia denſum minimũ in eo ineſt. Chroma verò, quia denſum chroma quod in eo eſt, remittitur, & veluti eneruatur. Colorum deniq; diuiſionis diatonicæ, alter vocatur mollis diatonicus, alter diatonicus ſyntonus, id eſt incitatus. Color mollis diatonicus, canitur per ſemitoniũ, & per interuallũ ſimplex, trium dieſium, & per aliud interuallum ſimplex, quinque dieſium. Color verò diatonicus ſyntonus ſeu incitatus, eandem habet diuiſionem, quam genus ipſum diatonicum. Canitur enim per ſemitonium, tonum, & tonum. Monſtrantur autem hi omnes colores per numeros hoc modo. ponamus enim tonum diuidi in minimas partes duodecim, inter ſe æquales, quarum quælibet vocetur Toni vncia, reliquaq; interualla eadem ratione, qua tonus, diuidi intelligantur: nempe Semitonium in ſex vncias. Dieſis

ea quæ

ea quæ toni quarta pars est, in tres. Diesis verò illa quæ toni tertia pars est, in quatuor. Ita vt totum diatessaron interuallum, sit triginta vnciarum. Igitur color enarmonius canetur per magnitudinem, seu interualla trium & viginti quatuor vnciarum. Color verò chromatis mollis per interualla quatuor, & viginti duarum vnciarum. Color chromatis sesqualteri, per interualla vnciarum $4\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$. *& Color toniæi chromatis, per sex & sex & octodecim. Item color diatonici mollis per 6. 9. & 15. Color denique diatonici syntoni seu incitati, per interualla, quorum primum erit sex vnciarum secundum duodecim, tertium item duodecim.*

Constitutionum autem differentiæ sunt septem: quarum quatuor sunt communes etiam interuallis: Differentia secundum magnitudinem, secundum genus, secundum consonum & dissonum, secundum explicabile & inexplicabile. Tres verò sunt propriæ ipsis constitutionibus, differẽtia nempe cõstituti et ordine sequentis ab eo quod aliquid ommittit, nec ordine sequitur: differentia coniunctæ & dis-

iunctæ constitutionis: differentia denique constitutionis immutabilis. Ac magnitudine quidem differunt constitutiones maiores à minoribus, vt diapason magnitudine discrepat à tritonio, vel à diapente, vel à diatessaron, vel ab aliquo his similium. Genere autem differunt constitutiones, vt diatonicæ ab enarmonicis, vel chromaticis: aut chromaticæ enarmonicæue à reliquis. Secundum verò consonum & dissonum different constitutiones contentæ phthongis consonis, à constitutionibus quæ continentur phthongis dissonis. Sunt verò constitutiones consonæ sex, in immutabili Constitutione, quarum minima est Διὰ τεσσάρων, duobus tonis & semisse constans, cuiusmodi est constitutio ab hypate hypatôn ad hypaten meson. Secunda constitutio est diapente, tonorum trium & semissis, qualis est constitutio à proslambanomeno ad hypaten meson. Tertia est constitutio diapason tonorum sex, qualis est à proslambanomeno ad meson. Quarta est diapason & diatessaron simul, tonorum octo, & semissis: qualis est constitutio à proslambanomeno ad neten synemme-

nemmenon, vel ad paraneten diezeugmenon diatonicam. Quinta, diapaſon & diapente ſimul, tonorum nouem & ſemiſsis: cuiuſmodi eſt à proſlambanomeno ad netem diezeugmenon. Sexta eſt disdiapaſon, tonorum duodecim, qualis eſt à proſlambanomeno ad netem hyperbolæon. Conſtitutio autem quæ coniuncta appellatur, progreditur quidem vſque ad quartam conſtitutionem conſonam: Prima enim ipſarum eſt diateſſaron, ſecunda diapente, tertia diapaſon, quarta diapaſon & diateſſaron ſimul, quinta diapaſon & diapente ſimul, ſexta denique disdiapaſon. Vocis enim locus augetur vſque ad octauam conſtitutionem conſonam, nempe vſque ad disdiapaſon ſimul cum diateſſaron, & vſque ad diapaſon ſimul cum diapente. Diſſonæ verò conſtitutiones ſunt omnes quæ vel minores ſunt quàm diateſſaron, vel inter prædictas cõſonas interijciuntur. Fiũt autẽ figuræ eiusdẽ magnitudinis ex ijsdẽ ſimplicibus interuallis concretæ & numero æqualib. cùm ipſorũ interuallorũ ordo diſſimilitudine ali-

qua variatur. (Quæ enim ex æqualibus & similibus omnibus, similiterq; dispositis interuallis conflantur, non faciunt figurarum varietatem.) Quocirca tres erunt species diatessaron, quarum prima à barypycnis seu grauiter densis phthongis comprehenditur, cuiusmodi est ab hypate hypatôn ad hypatẽ meson. Secunda à mesopycnis seu medijs densis phthongis continetur, cuiusmodi est parhypate hypatôn ad parhypaten meson. Tertia ab oxypycnis seu acutis densis phthongis, cuiusmodi est diatessaron illud, quod est à lichano hypatôn ad lichanon meson. Ac in harmonia quidẽ & chromate, consonorũ figuræ sumũtur ad densi habitudinem. At in diatono, figuræ nõ fiunt ad densi habitudinem. Quippe id genus in semitonia & tonos diuiditur. Suntq; in consonantia diatessaron, semitonium quidem vnum, toni verò duo. Similiter in diapente, semitonium vnum et toni tres. Item in diapason, semitonia duo sunt, toniq; quinque. Considerantur verò figuræ seu species harum consonantiarum pro diuerso semitoniorum positu. Itaque prima species conso-

nantiæ

nantiæ diateſſaron, eſt cuius ſemitonium ad grauiorem partem eſt quàm toni. Secunda, cuius ſemitonium medio loco eſt inter duos tonos. Tertia, cuius ſemitoniũ acutius eſt tonis. Quæ omnia in reliquis generibus ab ijsdem phthongis ad eosdem, ad eundem modum ſe habent. Species verò conſonantiæ diapente, ſunt quatuor. Prima continetur ab barypycnis, in qua tonus primum locum obtinet verſus acutam partem, fitq; ab hypate meſon vſque ad parameſon. Secunda eſt, quæ à meſopycnis comprehenditur, in qua tonus penultimũ locum obtinet, ſi à graui incipiens in acutum tendas, fitq; à parhypate meſon vſq; ad triten diezeugmenon. Tertia continetur ab ὀxypycnis, in qua tonus ponitur loco antepenultimo, ſi à graui ad acutum pergas, fitq; à lichano meſon ad paraneten diezeugmenon: Quarta comprehenditur à barypycnis, in qua ſi ab acuto in graue tendas, quartum locum poſſidet tonus, fitq; à meſe ad neten diezeugmenon, aut à proſlambanomeno ad hypaten meſon. In diatono autem, prima ſpecies conſonantiæ diateſſaron, eſt in qua ſemitonium primum &

grauissimum locum habet. Secũda, in qua semitonium primum locum habet ad partem acutissimam. Tertia, in qua semitonium penultimum locum habet tendendo à graui in acutum. Quarta, in qua hemitonium penultimũ locum habet tendendo ab acuto in graue. Iam Consonantiæ diapason species septem sunt, quarum prima à barypycnis phthongis comprehenditur, in qua tonus acutissimum locum obtinet, estq; ab hypate hypatôn ad parameſen qui modus ab antiquis Mixolydius vocabatur. Secunda species à mesopycnis continetur, in qua penultimum locum tenet tonus, si à graui in acutum tendas, fitq; à parhypate hypatôn ad triten diezeugmenon, qui modus antiquis vocabatur Lydius. Tertia species continetur ab oxypycnis, in qua tonus locum antepenultimum obtinet, si à graui tendas in acutum: est autem à lichano hypatôn ad paraneten diezeugmenon, vocaturq; olim hic modus, Phrygius. Quarta species continetur à barypycnis phthongis, in qua tonus quartum locum obtinet, si ab acuto tẽdas in graue, estq; inter hypaten meson, & neten diezeugme-

non,

non, qui modus olim dicebatur Dorius. Quinta comprehẽditur à mesopycnis, in qua tonus quintum habet locum ab acutissimo, qui modus olim Hypolydius dicebatur, estq; à parhypate meson ad triten hyperbolæon. Sexta ab oxypycnis contenta tonum habet sexto loco ab acutissimo, fitq; à lichano meson ad paraneten hyperbolæon. Vocatur autem modus hic, Hypophrygius. Septima species, diapason est, quam continent phthongi barypycni, in qua tonus grauissimũ locũ habet. Estq; autẽ hic modus à mese ad neten hyperbolæon, aut à proslambanomeno ad mesen, qui olim & communis & Locrus, & Dorius dicebatur. In genere verò diatonico prima species consonantiæ, diapason est, in qua hemitoniũ alterum est in parte grauissima, alterum verò in quarto loco, si à graui in acutũ pergas. Secunda species est, cuius hemitoniũ alterũ habet locũ tertiũ à grauissimo, alterũ verò locũ septimũ & acutissimũ. Tertia est, in qua vtrunq; semitoniorũ ab altero extremorum abest vno loco. Quarta, in qua vnum hemitonium grauissimo loco, alterũ quinto ponitur versus acutas

partes.

partes. Quinta, in qua vnum hemitoniũ quarto loco poſt grauiſſimum, alterum verò ſeptimo & acutiſſimo collocatur. Sexta, in qua vnum hemitonium tertio loco poſt locum grauiſſimum, alterum autem ſecundo loco ab acutiſſimo ponitur. Deniq; ſeptima ſpecies conſonantiæ diapaſon, eſt in qua vnum hemitoniũ ſecundo loco poſt grauiſſimum, alterum verò quinto verſus acutam partẽ collocatur. Porrò hæ omnes ſpecies diapaſon fiunt ab ijsdem phthongis ad eosdem phthongos eodem modo quo in harmonia & chromate: appellanturq; hi modi ijsdem nominibus, quibus illi qui in harmonicis chromaticisq; ſpeciebus ipſius diapaſon explicati ſunt. Diſcrimine verò quo differunt explicabile & inexplicabile, different etiam conſtitutiones ex interuallis explicabilibus compoſitæ à cõſtitutionibus, quæ conſtant ex interuallis inexplicabilibus. Quippe conſtitutiones omnes explicabiles, conſtant ex interuallis explicabilibus. Quæ autem conſtant ex interuallis inexplicabilibus, ſunt inexplicabiles. Diſcrimine autem quo differt id quod conſequenter & ordine ſequitur, ab eo

quod

quod aliquid transilit, nec ordine sequitur; different etiam constitutiones modulatæ per phthongos ordine consequentes, à constitutionibus modulatis per phthongos minimè consequentes, sed per phthongos inter quos aliquis est intermedius, quem canendo prætergressi sumus.

Coniuncti autem & Disiuncti, discrimine differunt constitutiones constatæ ex tetrachordis coniunctis, à constitutionibus, quæ constant ex tetrachordis disiunctis. Est autem Coniunctio, duorum tetrachordorum consequenter ordineq; modulatorum, & specie similium, communis phthongus. Disiunctio verò, est duorum tetrachordorum consequenter ordineq; modulatorum, & specie similium, toni interpositio. Sunt autem in vniuersum coniunctiones tres, Media, Acutissima & Grauissima. Et Grauissima quidem est duorum tetrachordorum, quorum alterum est tetrachordum hypatôn, alterum verò tetrachordum meson. Communis enim phthongus ea coniungit, qui est hypate meson. Media est coniunctio tetrachordi meson, & tetrachordi synemmenon,

menon, quæ coniunguntur communi phthongo, qui est Mese. Acutissima demum coniunctio, est tetrachordi diezeugmenon, & tetrachordi hyperbolæon. Ea enim vnus communis phthongus, nete diezeugmenon coniungit. Disiunctio vnica est duorum tetrachordorũ, quorum alterum est tetrachordum mediarum, alterum verò tetrachordum netarum disiunctarum, quæ vno communi tono disiunguntur, qui est inter mesen & parameseu. Cæterùm constitutiones perfectæ duæ sunt: quarum altera minor est, altera maior. Ac minor quidem fit per coniunctionem à proslambanomeno ad neten synemmenon, suntq; in ea constitutione tria tetrachorda coniuncta, tetrachordum grauium, mediarum & coniunctarum, & præterea tonus contentus à proslambanomeno & hypate hypatôn: quippe constitutio diapason & diatessaron simul, consonantiæ definitione comprehenditur. Maior autẽ constitutio perfecta fit per disiunctionem à proslambanomeno ad neten hyperbolæon, in qua sunt quatuor tetrachorda (quorum duo à reliquis duobus disiuncta sunt, inter se verò

coniun-

coniuncta, nempe tetrachordum grauium, mediarũ, disiunctarum, & excellentium) & duo toni, quorum alter est inter proslambanomenon & hypaten hypatôn, alter verò inter mesen & parameſen. Huic autem disdiapaſon conſtitutioni conuenit definitio conſonantiæ. Sed cùm in conſtitutione immutabili, quæ ex perfectis ambabus conſtat, ſint quinq; tetrachorda, horum quidem duo communia ſunt vtrinq; perfectarum conſtitutionum, tetrachordorum grauium, et tetrachordorũ mediarum. Propria verò ſunt coniunctæ quidem conſtitutionis tetrachordum netarum coniunctarum, disiunctæ verò tetrachordorum netarum disiunctarum, & tetrachordum netarum excellentium. Differunt etiam diſcrimine mutabili & immutabili, quo conſtitutiones ſimplices non ſimplicibus diſcrepant. Simplices conſtitutiones ſunt, quæ ad vnam mediam aptãtur, duplices verò quæ ad duas, triplæ quæ ad tres, multiplices, quæ ad plures aptantur. eſt autem media poteſtas phthongi, cui accidit in diſiunctione quidem tonum habere ſimplicẽ ad partẽ acutam, ſi cõſtitutio immutabilis ſit,

dito-

ditonum verò simplicem vel compositum ad partem grauem. In coniunctione autem, cui accidit trium tetrachordorum coniunctorum esse vel acutissimum phthongum medij tetrachordi, vel grauissimum totrachordi acutissimi. Ex hac media cognoscuntur reliquorum phthongorum vires. Quomodo enim quisque phthongus ad mediam se habeat, statim clarum fit.

At tonus quatuor significationes habet. Vsurpatur enim & pro phthongo, & pro interuallo, & pro loco vocis, & pro tenore. Ac toni nomen pro phthongo vsurpant illi qui lyram appellant heptatonon, quasi septem tonis, id est phthongis, constantem, vt Terpander & Ion. Ita enim loquitur Terpander:

At nos quadrisonis instantes sæpe camœnis:
Inde nouos cythara heptatonos celebrabimꝰ hymnos.

Ion verò in decachordo.

Semper habes denas gradientes ordine chordas,
Et concordantes harmonias trisonas.

At Græci heptatono cythara, diatessara cantant,
Captantes raro carmine dulce melos.

Alij item non pauci eo nomine vsi sunt. Pro interuallo verò vsurpatur tonus, cùm di-

cimus

cimus tonum esse à mese ad parameſen. Pro vocis autem loco, vt cùm dicimus vocis tonum Dorium, aut Phrygium, aut Lydium, aut aliorum aliquem. Sunt enim tredecim toni, vt vult Ariſtoxenus, Hypermixolydius, & qui Hyperphrygius dicitur: Mixolydij duo, acutior & grauior: quorum acutior quidem appellatur Hypoiaſtius; grauior verò Hypodorius: Lydij duo, acutior nempe, & grauior, vocaturq; Æolius: Phrygij duo, alter grauis, qui Iaſtius dicitur, alter acutus: Dorius vnus: Hypolydij duo, acutior & grauior, qui Hypæolius etiam nuncupatur. Hypophrygij duo, quorũ grauior vocatur Hypoiaſtius. Vltimus eſt Hypodorius. Horum acutiſſimus eſt Dorius. Reliqui deinceps ab acutiſſimis ad grauiſſimum, hemitonio alij alios ſuperant. Duo autem paralleli appellati trihemitonio. Eadem erit ratio in reliquorum tonorum diſtantijs. Tonus autem Hypermixolydius, eſt duplo acutior quã Hypodorius. Pro tenore verò vſurpatur tonus, vt cùm dicimus aliquem acuto tono, aut graui tono, aut mediocri vocis tono vti.

Mutatio fit quatuor modis, in genere, in constitutione, in tono, in melopœia. Mutatio generum fit, cùm ex diatono in chroma vel harmoniam, aut cùm ab harmonia vel chromate in aliquod reliquorum generum migratio fit. Mutatio autem Constitutionum fit, cùm à coniunctione ad disiunctionem, aut contrà migratur. Mutatio tonorum seu modorũ, cùm à Dorio in Phrygiũ, aut Phrygio in Lydium, aut ab Hypermixolydio in Hypodorium, aut omnino cùm ab aliquo tredecim tonorum, in reliquorum quempiam fit transitus. Fiunt autem mutationes ab hemitonij excessu incipientes, vsq; ad diapason, quarum aliæ fiunt per interalla consona, aliæ per dissona. Earum verò quæ fiunt per interualla dissona, aliæ sunt minùs concinnæ vel inconcinnæ, aliæ magis. Hæ ergo in quibus plurium fit communicatio, concinniores sunt: in quibus verò pauciorum, inconcinniores. Quippe in omni mutatione necesse est aliquid esse commune, phthongum nempe aut interuallum, aut constitutionem. Sumitur autem communicatio à phthongorum similitudine. Cùm enim in mu-

tatio-

tationibus similes inter se phthongi ceciderint in densi participatione, concinna mutatio fit. Cùm autem dissimiles fuerint phthongi, inconcinna. In melopœia verò mutatio fit, cùm ex affectu interuallari in contractum (συνεχτικὸν vocant) vel quietum: vel ex quieto in interuallum, vel contractum, migratur. Est autem interuallaris affectus melopœiæ, quo specimen exhibetur magnificentiæ, magnanimitatis, & rerum heroicarum, & his affinium affectionum, quibus maximè vtitur tragœdia, & reliqua quæ tragicum stylum imitantur. Contractus autem affectus est, quò animus in humilitatem & affectionem parum virilem contrahitur. Conueniet is affectus amatorijs ægritudinibus, lamentationibus; fletibus & similibus. Quietus denique affectus est, quem sequitur animi quies & libera pacificaq; animi dispositio. Huic conuenient hymni, pæânes, encomia, cœtus & his similia.

Melopœia est vsus eorum, quæ subijciuntur harmonicæ tractationi, vel eorum quæ eandem habent vim, quàm ea quæ harmonicæ tractationi subiecta sunt. Ea porrò quibus per

ficitur Melopœia, quatuor sunt, Ductus, Plexus, Lusus, & Firmitudo. Ductus, est meli progressio per phthongos deinceps consequentes. Plexus, est alterna positio interuallorum. Lusus, est percussio in eodẽ tono sæpius iterata. Firmitudo, est immoratio diu continuata secundum vnam & eandem vocis pronunciationem. Descriptio, est plana figura vires eorum quæ canuntur continentes. Vis autem, est phthongi ordo, quo cognoscimus phthongorũ quemlibet. Melopœia autem, est vsus subiectorum tractationi harmonicæ, ad decorum eorum quæ canenda proponuntur. Atq; hic est finis & scopus tractationis harmonicæ.

EVCLIDIS SECTIO regulæ Harmonicæ.

SI nihil moueretur, sed omnia quiescerent, summum esset silentium: Si autem fieret silentium, nihilq; moueretur, nihil audiretur. Quare vt aliquid audiatur, necesse est prius motum pulsumq; fieri. Cùm ergo sonitus omnes fiant ex pulsu: pulsus autem fieri non possit nisi

ſit, niſi præcedente motu: & motuum alij ſunt crebriores, alij rariores: & crebriores quidem motus faciant acutiorem ſonitum: rariores autem, grauiorem: neceſſe eſt, ſonituũ eſſe quosdam acutiores, eos nempe, qui è crebrioribus pluribusq; motibus conſtant, quosdam verò grauiores, cùm ex rariorib. paucioribusq; motibus conflentur. Quocirca ſonitus acutiores æquo, mediocritatem conſequẽtur, & remittentur detractione motuum. Grauiores autem æquo, mediocritatem aſſequẽtur adiectione motuum, quæ fit intenſione. Cùm igitur ſoni, adiectione & ablatione mediocritatem aſſequantur, fatendum neceſſariò eſt, eos è partibus componi. Quæ autem è partibus componuntur, omnia inter ſe numerorum rationem habere cenſentur. Quocirca neceſſe eſt phthongos inter ſe in numerorũ ratione cenſeri. Atqui numerorum alij ſunt in ratione multiplici, alij in ſuperparticulari, alij in ſuperpartiente. Quare phthongi etiam, rationes eiuſmodi neceſſariò inter ſe habebunt. Sed & numerorum quidam vno in nomine multiplices ſuperparticulares inter ſe dicuntur. Quapro-

pter hinc etiam noſcemus, phthongorum quoſdam conſonos, quosdam diſſonos. Et conſonos quidem cognoſcimus eos, qui ita miſcentur, vt vna ex ambobus temperatio fiat: Diſſonos autem, qui non ita miſcentur, vt ex ambobus vna fiat temperatio. His poſitis, veriſimile eſt conſonos eſſe in ratione eorum numerorum, qui vno ſimpliciq; nomine multiplices inter ſe vel ſuperparticulares dicuntur, cùm ex ambobus vna fiat vocis temperatio.

Propoſitiones.

Prop: 1. Theor:) Si interuallum multiplex duplicetur, interuallum quod ex duplicatione producetur, erit multiplex.

Prop: 2. Theor:) Si ex interualli duplicatione fiat interuallum multiplex, ipſum quoq; eſt multiplex.

Prop: 3. The:) Inter duos numeros, quorũ interuallũ ſit ſuperparticulare, medij proportionales numeri neq; vnus, neq; plures cadent.

Prop: 4. Theor:) Si interuallum non multiplex duplicetur, producetur interuallũ quod neq; multiplex erit, neq; ſuperparticulare.

Prop: 5. Theor:) Si interualli duplica-

cione

tione nõ producatur multiplex interuallum, ipsum non est multiplex.

Prop: 6. Theor:) Duplex interuallũ constat è duobus maximis superparticularibus interuallis, è sesquialtero nempe, & sesquitertio.

Prop: 7. Theor:) Ex interuallis duplo & sesquiplo, triplum interuallum fit.

Prop: 8. Theor:) Si à sesquiplo interuallo auferatur sesquitertium, relinquetur sesquioctauum.

Prop: 9. Theor:) Sex interualla sesquioctaua, maior sunt vno duplo interuallo.

Prop: 10. Theor:) Interuallum diapason, est multiplex.

Prop: 12. Theor:) Interuallum diapason, est duplum.

Prop: 13. Theor:) Restat vt ostendamus toni interuallum esse sesquioctauum.

Prop: 14. Theor:) Diapason est minus sex tonis.

Prop: 15. Theor:) Diatessaron est minus duobus tonis & hemitonio. Item, diapente minus est tribus tonis & hemitonio.

Prop: 16. Theor:) Tonus in duas pluresq; æquales partes diuidi non potest.

Prop: 17. Theor:) Paranete & lichani sumentur per consonantiam hoc modo.

Prop: 18. Theor:) Parhypatæ & tritæ nõ diuidunt densum æqualiter.

Prop: 19. Theor:) Canonem describere iuxta systema, quod immutabile dicitur.

Prop: 20. Theor:) Restat vt phthongos mobiles in eodem canone sumamus.

Canonis harmonici Euclidis finis.

Euclidis Phænomena.

Sunt autem ipsa Phænomena principia astronomiæ.

QVoniam stellæ fixæ videtur ex eodem loco oriri, & in eodem loco occidere: & quæ simul oriuntur: etiam semper simul oriri: sic quoq; quæ simul occidunt: etiam semper simul occidere: deniq; in motu qui fit ab ortu in occa-

occasum eadem perpetuo inter se interualla retinere atq; obseruare. id quod fit in ijs tantum, quæ feruntur motu circulari, quia visus omnino æqualiter distat à circumferentia: quod sanè in opticis est demonstratum. Idcirco ponendum est astra ferri atq; moueri circulariter: & infixa esse vni corpori: atq; visum à circumferentijs æqualiter distare. Stella enim aliqua inter sublimiora conspicitur: nullo modo permutare locum de loco. sed quocunq; in loco est: in eo etiam circumfertur. Cùm ergo hoc modo appareant omnino à circumferentijs circulorum, in quibus reliquæ feruntur stellæ æqualiter distare: ideo rursus ponendum est, omnes circulos esse æquedistantes: & omnes stellas fixas in circulis æquedistantibus circumferri, habentibus, prænominatam stellam pro polo. Ex his verò stellis, alias quidem neq; oriri, neque occidere videmus: propterea quòd circulis ferantur sublimioribus: quos semper apparentes vocant. sunt autem illæ stellæ quæ sequuntur polum apparentem: vsq; ad arcticum circulum: & circumferuntur minimo circuitu & ambitu: stellæ illæ quæ prope

polum existunt. maximæ verò quæ ab arctico distant: deniq; quæ in ipso sunt arctico circulo videntur horizonta tangere. sic etiam quæcunq; stellæ versus meridiem ab his recedunt: omnes conspiciuntur ortum & occasum facere. propterea quod ipsarum circuli, non integri sint supra terram: sed partem quãdam eorũ supra terrã: alteram verò sub terra habeãt. Ex ijs verò quæ supra terram sunt circulorũ segmẽtis: vnumquodq; eorum maius apparet: quod est proximum maximo semper apparentium circulorum: eorum verò, quæ sunt sub terra minimum, quod prædicto circulo proximum est. propterea quod tempus motus sub terra stellarum, quæ in eo sunt circulo, sit minimum, habeant circuitum verò supra terram maiorem. quæ verò stellæ sunt in circulo remotiore: semper motum eorum supra terrã: habere tempus breuius, sub terra verò longius. minimum deniq; tempus motus supra terram habẽt stellæ, quæ meridiei sunt proximæ. longissimum verò sub terra. Conspiciuntur autem stellæ, quæ existunt in medio horum omnium circulo, facientes tempus motus supræ

terram.

terram, æquale tempori motus infra terram. Ideoq; nominamus eum circulum æquinoctialem. sed quæ stellæ fuerint in circulis ab æquinoctiali æqualiter distantibus æquali tempore in segmentis permutatim sumptis motum suum perficiunt. Vtpote, quæ supra terram sunt versus septentrionem: si cum ijs quæ infra terram versus meridiem existunt: & econtra quæ supra terram à parte meridionali sunt: si comparentur cum ijs, quæ infra terram existunt à septentrione. denique vtriusq; circuli & illius qui supra terram, & qui sub terra continuus est: idem tempus apparet. Circuli etiam duo lacteus & zodiacus obliqui existentes: ad parallelos circulos, & sese mutuò secantes in circumuolutione: apparent perpetuo semicirculos suos habere supra terram.

Propter ista ergo omnia quæ iam dicta sunt. Ponatur mundus esse sphæricus. Nam si vel Cylindri vel Coni formam haberent: tum stellæ quæ sunt in circulis obliquis & secantibus æquinoctialem in duas partes æquales: motu ipsius mundi non apparerent perpetuo circumlatæ: esse in semicirculis æqualibus:

verum

verum nonnunquam in segmento quod est maius semicirculo: aliquando verò in eo quod est semicirculo minus. Quod si enim Conus aut Cylinder plano aliquo secetur, non autem ad basim, tum sectio sit ὀxygonij Coni, similisq; est Clypeo. manifestum ergo est, quod eiusmodi figura per medium secta in longitudinem & in latitudinem efficit segmenta dissimilia. præterea patet quod etiam si obliquè secetur per medium: eodem modo faciat segmenta dissimilia. illud autem non videmus fieri in mundo. Quapropter ex his omnibus consequitur: mundum esse formam sphæricam & rotundam præditum, & æquabiliter circa axem moueri: cuius alter polus supra terram existens manifestus & conspicuus est: alter verò sub terra latens nunquam conspicitur. Horizon nominetur planum illud nostrum, quod procidit in mundo: atq; hemisphærium supra terram manifestum distinguit. est autem circulus (quem horizonta vocamus) Quando enim sphæra plano aliquo fuerit secta: tum sectio circulus erit. Meridianus nominetur circulus, qui per polos sphæræ ducitur: & ad ho-

rizon-

rizonta est rectus. Tropici verò, quos circulus per media signa, qui & zodiacus appellatur, attingit: quare eosdem cum sphæra polos habent. Circulus verò per media signa, & æquinoctialis sunt maximi: quia seſe mutuò secant in duas parter æquales. Nam principium Arietis, & principium libræ: ex diametro opponuntur. & cùm sint in æquinoctiali circulo, coniungatè oriuntur & occidunt, hoc est, vno oriente alterum occidit & econtra. interq; hæc signa sunt de duodecim sex posita signa. Æquinoctialis verò habet duos semicirculos: siquidem vtrunq; principium in ipso æquinoctiali existens: in eodem fertur tempore: illud quidem supra: hoc verò infra terram. Quando verò sphæra æquabiliter & vniformiter circumfertur circa suam propriam axem: tum omnia quæ in superficie sphæræ sunt puncta: æquali tempore similes percurrunt circumferentias, circulorum æquedistantium, in quib. feruntur: itaq; similes æquinoctiali absoluunt circumferentias, alteram quidem supra: alteram verò infra terram. sunt ergo æquales illæ circumferentiæ, vnde vtraq; circumferentia

erit

erit ſemicirculus. Ab oriente enim in orientẽ aut ab occidente in occidentem eſt vnus iſq; integer circulus. Quapropter zodiacus & æquinoctialis, ſeſe mutuo ſecant in duas partes æquales. quando verò duo circuli in ſphæra ſeſe mutuò ſecant in duas partes æquales: vterq; circulorum ſeſe mutuò ſecantium, eſt maximus. zodiacus itaque circulus & æquinoctialis ſunt maximi. Eodem modo & horizon è numero maximorum circulorum eſt: quia zodiacum & æquinoctialem maximos in ſphæra circulos, ſemper ſecat in duas partes æquales. Nam de duodecim ſignis, ſex ſemper ſunt ſupra terram: ita æquinoctialis ſemper ſemicirculum ſui ſupra habet. Fit etenim vt ſtellæ in eo exiſtentes, ſimul oriantur & occidant eodem temporis interuallo. altera ab ortu in occaſum: altera ab occaſu in ortum.

Manifeſtum itaq; eſt ex ijs quæ iam ſunt dicta & explicata: quod de æquinoctiali circulo ſemper ſit ſemicirculus ad horizontem. quando verò circulus aliquis fixus & immobilis ſecat aliũ mobilem, maximumq; in ſphæra circulum in duas partes æquales: tum & ſecans

cans, maximus est circulus. Quare & horizon erit è numero maximorum in sphæra circulorum.

PROPOSITIONES.

Prop: 1. Theor:) Terra in medio mundi est sita: & respectu totius mundi centri locum obtinet.

Prop: 2. Theor:) In vna mundi circumuolutione circulus quidem per polos sphæræ ductus: bis erit rectus ad Horizontem: zodiacus verò ad meridianum quidem bis erit rectus: ad horizontem verò nunquam: quando polus horizontis fuerit inter tropicum æstiuum & arcticum circulum. Sed si polus horizontis in altero tropicorum fuerit: tum zodiacus circulus semel rectus erit, ad horizontem. quod si verò polus horizontis extiterit inter tropicos: tum zodiacus bis erit rectus ad horizontem.

Prop: 3. Theor:) Stellarum orientium & occidentium vnaquæq; in ijsdem punctis horizontis oritur & occidit.

Prop: 4. Theor:) Quæcunq; stellæ sunt in circumferentia maximi circuli: qui neq; secat

maxi-

mum ſemper apparentium circulorum: neque etiam attingat eum: earum inquam ſtellarum quæcunq; prius oriuntur, prius occidunt: & quæ prius occidunt, etiam prius oriuntur.

Prop: 5. Theor:) Quæcunq; ſtellæ ſunt in maximi circuli circumferentia: qui maximũ ſemper apparentium circulorum ſecat: earum inquam ſtellarum, quæcunq; ſunt ad ſeptentrionem: prius quidem oriuntur: poſterius verò ocidunt.

Prop: 6. Theor:) Quæcunq; ſtellæ in zodiaco diametraliter oppoſitæ ſunt: coniungatè oriuntur & occidunt. ſimiliter & illæ quæ in æquinoctiali exiſtunt.

Prop: 7. Theor:) Zodiacus circulus per omnem horizontis locum, inter circulos tropicos oritur & occidit: quando maximus ſemper apparentium circulorum, non fuerit maior tropico, & tranſmutatim facit commutationes. cùm enim ortus ad meridiem fuerit immutatus cum occaſu ad ſeptentrionem: appareat tranſmutatus. ſic ſi quando fuerit immutatus ortus ad ſeptentrionem cum occaſu ad

meri-

in eridiem transmutatus. & quandoque aliter supra nos constituitur.

Prop: 8. Theor:) Zodiaci signa oriuntur & occidunt in segmentis horizontis inæqualibus, in maximis quidem quæ prope æquinoctialem sunt: in minoribus quæ æquinoctialem sequuntur: in minimis verò quæ prope tropicos existunt. denique in segmentis æqualibus, quæ æqualiter ab æquinoctiali distant.

Prop: 9. Theor:) Semicirculi zodiaci circuli, quicunq; principia non habent in eodem parallelo, vel æquidistanti circulo: integri oriuntur temporibus inæqualibus: longioribus quidem cum Cancro: minoribus verò qui sequuntur: minimis denique cum Capricorno: sed qui semicirculi principia sua habent in eodem æquidistanti circulo: æqualibus oriuntur temporibus.

Prop: 10. Theor:) Si zodiaci duo semicirculi oriuntur temporibus inæqualibus: atque communem aliquam habuerint circumferentiam: etiam circumferentiæ oppositæ oriuntur temporibus inæqualibus. atq; eædem dif-

ferentiæ erunt temporum, quibus cum semicirculi oriuntur: & circumferentiæ oppositæ. quod si verò zodiaci, duo semicirculi æqualibus temporibus oriuntur, communem aliquam habentes circumferentiam: tum & circumferentiæ oppositæ, æqualibus temporibus oriuntur.

Prop: 11. Theor:) Circumferentiæ zodiaci æquales & oppositæ: ita se habent, vt quo tempore vna oritur, altera occidat: & quo tempore vna occidit, altera oriatur.

Prop: 12. Theor:) Circumferentiæ æquales illius semicirculi, qui cum Cancro est: temporibus inæqualibus occidunt: & longiore tempore quæ sunt ad contactum tropicorum, breuiore verò quæ sequuntur has: minimo verò quæ sunt ad æquinoctialem: denique quæ æqualiter distant ab æquinoctiali circulo: æquali tempore & oriuntur, & occidunt.

Prop: 13. Theor:) Circumferentiæ æquales semicirculi illius qui cum Capricorno est: oriuntur temporibus inæqualibus: & longiore quidem quæ sunt ad cõtactum tropicorum:

breuio-

breuioribus, quæ has sequuntur: minimo verò quæ sunt ad æquinoctialem: deniq; æqualibus temporibus oriuntur & occidunt: quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant.

Prop: 14. Theor:) Circumferentiæ zodiaci circuli æquales: non permutant æqualibus temporibus hemisphærium manifestum: sed prolixiore tempore, quæ sunt ad contactum tropici æstiui: quàm quæ longius absunt ab eo: tum quando polus horizontis fuerit inter arcticum & tropicum æstiuum.

Prop: 15. Theor:) Eodem modo in altero semicirculo, circumferentiæ æquales, temporibus inæqualibus manifestum permutant hemisphærium: & quæ sunt propiores contactui tropici circuli prolixiore tẽpore, quàm q̃ longius absunt. Verùm quæ æqualiter à tropico distant: tempore æquali in vtroq; semicirculo.

Prop: 16. Theor:) Circumferentiarum zodiaci æqualium & oppositorum, quocunque tempore vna permutat manifestum hemisphærium: altera permutat occultum: & quo tempore hæc occultum: illa manifestum permutat.

Prop: 17. Theor:) Circumferentiæ zodiaci æquales: non permutant tempore æquali occultum hæmisphærium: sed longiore tempore, quæ est tropico hyberno vicina, quàm quæ remotior ab eo: æquali denique tempore, quæ æqualiter distant ab vtroq; contactu.

Prop: 18. Theor:) Circumferentiæ quæ ex vtraque parte æquinoctialis circuli fuerint æquales, & æqualiter distantes ab eodem æquinoctiali ita se habent: vt quo tempore vna permutat manifestum hemisphærium, altera permutabit occultum: & quo tempore hæc permutat occultum hæmisphærium, illa manifestum permutabit.

Prop: 19. Theor:) Circumferentiæ verò æquales quæ interceptæ sunt circulo æquinoctiali ad tropicum: ita se habent: vt longiore tempore altera earum manifestum hemisphærium permutet, quàm reliqua: & vna quæcunque illa sit, altera qualicunque.

Prop: 20. Theor:) Eodem modo & circumferentiæ æquales, quæ in altero sunt semicirculo æquinoctiali circulo intercepto ad tro-

picum

picum hybernum: ita se habent, vt longiore tempore vna earum occultum permutet hemisphærium, quàm altera manifestum: & quæuis, quauis.

FINIS.

Excusum Argentorati apud hæredes Christiani Mylij.
ANNO M. D. LXX.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Förster